Springender Ball

SOCRATES MINERVA Programme 99843-CP-1-2002-1-PL

Zielsetzung:

In diesem Experiment ist es unser Ziel, die Bewegung eines springenden Balls zu untersuchen, indem wir das CBR benutzen. Dazu messen wir die Entfernung zwischen Detektor und dem springenden Ball. Die erfassten Daten werden im Grafikrechner gespeichert und können mit dem Taschenrechner oder einem Computer analysiert werden.

Die Analyse kann unterschiedlich ausgeführt werden. Wir schlagen vier Analysemethoden für die gesammelten Daten vor, in denen unterschiedliche Aspekte der Physik, bezogen auf die Sprungkraft des Balls, analysiert werden.

Versuchsaufbau und -durchführung

Materialien

Ball, Tripod, CBR und TI-83

Vorgehen

- Bevor Sie mit dem Experiment beginnen, stellen Sie sicher, dass die Programme FALL und CLEAN in Ihrem TI-83 sind. Wenn nicht, installieren Sie sie.
- Das CBR wird etwa zwei Meter über dem Boden an einem Stativ befestigt. Verbinden Sie das CBR und den TI-83.
- Starten Sie das Programm FALL auf Ihrem Rechner. Wählen Sie eine Übertragungsrate von 20 oder 25 Punkten pro Sekunde. Wenn auf dem Bildschirm PRESS ENTER erscheint, halten Sie den Ball 0,5 m unter das CBR. Dann drücken Sie ENTER und das CBR beginnt zu ticken. Lassen Sie den Ball fallen und anschließend so lange springen, bis der CBR aufhört zu ticken. Wenn der Ball zur Seite wegspringt, müssen Sie das Experiment noch einmal wiederholen.
- Nach dem Experiment zeigt Ihnen der Rechner den s-t-Graphen. Die y-Achse ist die Entfernung des CBR in Metern und die x-Achse die Zeit in Sekunden. Die Entfernungsdaten werden in Liste L2 und die Zeit-Daten in Liste L1 gespeichert. Sie können auch die Musterdaten verwenden.

Für den Fall dass Sie keine Möglichkeit haben, das Experiment durchzuführen, sind ein paar Dateien vorbereitet, sodass Sie sich das Experiment anschauen und Beispieldaten analysieren können. Auf der Webseite finden Sie auch ein Video zum Versuch.

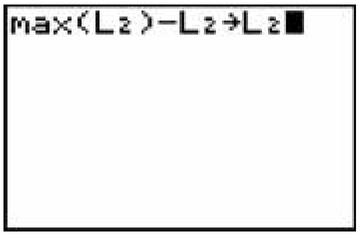
Datenanalyse (TI 83)

Wenn Sie Unterstützung bei der Handhabung des Grafikrechners benötigen, können Sie Hilfen aufrufen, indem Sie die unterstrichenen Links anklicken.

- Wie stellt der Graph die Bewegung des Balls dar? Es der Abstand des Balles zur CBR.

- Um die Analyse zu vereinfachen, verändern wir den Graphen so, dass die Werte der y-Achse die Entfernung vom Boden darstellt, statt der Entfernung zum CBR.

Bisher ist es so, dass wir die Spitze des Graphen sehen, wenn der Ball auf den Boden trifft. Um diese Ansicht zu ändern, nehmen Sie den Maximalwert in Liste L2 und subtrahieren davon alle Werte aus der Liste L2. Das geht ganz einfach, indem Sie max(L2)-L2®L2 auf der Startseite eingeben. Um sich den neuen Graphen anzusehen, drücken Sie ZOOM ZoomStat auf dem Rechner.



Analyse I: Mechanische Energie

Wir untersuchen

die mechanische Energie, indem wir die potenzielle und kinetische Energie des Balls zu verschiedenen Zeiten betrachten.

Die Masse des Balls beträgt 313 g.

- Bestimmen Sie die Geschwindigkeit an zwei verschiedenen Punkten, bevor der Ball das erste Mal aufkommt. Um die Geschwindigkeit an einem gegebenen Punkt zu berechnen, wählen Sie ein Zeitintervall, dass sich symmetrisch zu diesem Zeitpunkt verhält. Dazu nehmen Sie die Daten zweier benachbarter Punkte (je ein Punkt vorher und nachher).

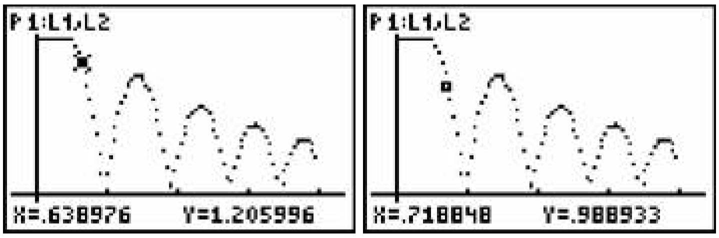
  Jetzt berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit in dem Zeitintervall als $\frac{\Delta s}{\Delta t}$.

  Nähern Sie die Geschwindigkeit in der Mitte des Zeitintervalls an die mittlere Geschwindigkeit während des Intervalls an.
- Berechnen Sie die kinetische und potenzielle Energie an den Zeitpunkten, an denen die Geschwindigkeit bestimmt wurde. Berechnen Sie schließlich die gesamte mechanische Energie an diesen Zeitpunkten.
- Wiederholen Sie die durchgeführte Rechnung für die Daten zwischen dem ersten und dem zweiten Sprung. Wählen Sie einen Moment, wenn der Ball sich nach oben bewegt und einen, wenn der Ball sich nach unten bewegt.
- Fahren Sie mit der Berechnung zwischen dem zweiten und dritten, dem dritten und vierten Ballsprung fort.
- Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse aus den unterschiedlichen Berechnungen. Treffen Sie Aussagen über die Energie des Balls in diesem Experiment. Vergleichen Sie Ihre Behauptungen mit Ihren Beobachtungen.

Wenn Sie Ihre Analyse beendet haben, können Sie sie mit der vollständigen (Muster-)Analyse vergleichen.

Mechanische Energie : Vollständige Analyse (TI 83)

Wir wählen einen Punkt der Abwärtsbewegung. Um die kinetische Energie in diesem Punkt zu berechnen, brauchen wir zuerst die Geschwindigkeit. Dazu nutzen wir drei aufeinander folgende Punkte mit "unserem" Punkt in der Mitte. Dann berechnen wir die mittlere Geschwindigkeit in dem schmalen Zeitintervall von dem vorhergehenden bis zum nachfolgenden Punkt. Das ist eine gute Annäherung an die Geschwindigkeit des mittleren Punktes.



$$v=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{(0{,}9889-1{,}2060)\,m}{(0{,}7188-0{,}6390)\,s}=-2{,}72\,m/s$$

Die negativen Vorzeichen sagen uns, dass der Ball in der Abwärtsbewegung ist.

Da wir wissen, dass die Masse des Balls 0,313 kg beträgt, können wir die potenzielle und kinetische Energie in dem Punkt und daher auch die mechanische Energie berechnen.

$$W_P=mgh=0{,}313*9{,}82*1{,}1047\,J=3{,}40\,J$$

$$W_k=\frac{mv^2}{2}=\frac{0{,}313*(-2{,}72)^2}{2}\,J=116\,J$$

$$W_{mek}=W_P+W_k=3{,}40\,J+1{,}16\,J=4{,}46\,J$$

Wir wiederholen diese Berechnungen für einen weiteren Punkt der Abwärtsbewegung vor dem ersten Rückprall, einen Punkt der Aufwärtsbewegung, wieder einen der Abwärtsbewegung ... usw. Die Ergebnisse für einige Punkte sind in der unten stehenden Tabelle gesammelt.

t [s]	v [m/s]	W_p [J]	W_k [J]	W_{mek} [J]
0,679	-2,72	3,40	1,16	4,46
0,879	-4,62	1,15	3,34	4,49
1,078	3,39	1,50	1,80	3,30
1,677	-2,45	2,39	0,94	3,33
1,997	3,01	1,04	1,42	2,46
2,476	-1,64	2,07	0,42	2,49
2,835	2,36	1,07	0,87	1,94
3,274	-1,91	1,38	0,57	1,95

Aus der Tabelle oben wird ersichtlich, dass die mechanische Energie zwischen den Rücksprüngen gleich bleibt, sie aber kleiner wird, wenn der Ball abprallt. Dass die Energie zwischen den Sprüngen erhalten bleibt, macht deutlich, dass Effekte wie der Luftwiderstand in der experimentellen Genauigkeit vernachlässigt werden können.

Die Energieverluste, wenn der Ball abprallt, sind abhängig von den Wärmeverlusten während der Verformung des Balls. Ein Teil der mechanischen Energie des Balls wird in Wärme umgewandelt. Daher steigt die Temperatur des Balls und des Bodens leicht an.

Analyse II: Die Höhe der einzelnen Sprünge

Eine andere Methode, um den Energieverlust in jedem Sprung zu untersuchen, ist es, die maximalen Höhen der daraus resultierenden Sprünge zu untersuchen. Da jede maximale Höhe Informationen über die maximale potenzielle Energie gibt, müssen wir diese Höhen bestimmen.

In jedem dieser Punkte ist die kinetische Energie gleich Null, da die Geschwindigkeit hier gleich Null ist.

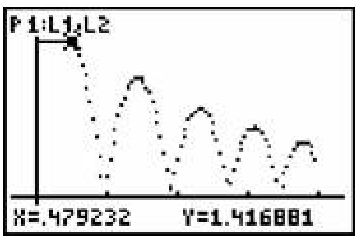
Um diese Information zu bekommen, sehen Sie sich den Graphen an, der die Entfernungen zum Boden zeigt.

- Benutzen Sie TRACE und finden Sie die Höhe, von der aus der Ball fallen gelassen wurde. Diese Höhe ist der erste Eintrag in die Liste L5. Um es einfach zu machen, gehen Sie zurück und nutzen Sie die Tatsache, dass die x und y-Werte im X und Y-Register auf dem Rechner einsehbar sind.
  So verfahren Sie in der Praxis: Drücken Sie TRACE, bis der Datenpunkt unterhalb Ihres Cursors ist. Drücken Sie STAT, wählen EDIT und platzieren den Cursor in L5 (1) und drücken Y (ALPHA !). Der Y-Wert wird in die Liste L5 (1) übertragen. Das korrespondiert zu der Höhe, aus der der Ball fallen gelassen wurde. Geben Sie daher 0 in $L_4(1)$ ein, davon ausgehend, dass bis jetzt kein Ballsprung stattgefunden hat.
- Wiederholen Sie das "tracing" für die folgenden Maximalhöhen entsprechend der Anzahl der Ballsprünge und geben Sie sie in die Listen L4 und L5 ein.
- Zeichnen Sie die Höhe als Funktion der Anzahl der Ballsprünge, d.h. führen Sie die Liste L4 als x-Liste und Liste L5 als y-Liste auf.
- Versuchen Sie eine Kurve an die Daten anzupassen, indem Sie eine passende Regression durchführen.
- Welche Schlussfolgerungen können Sie ziehen? Nach wie vielen Sprüngen wird der Ball aufhören zu springen?

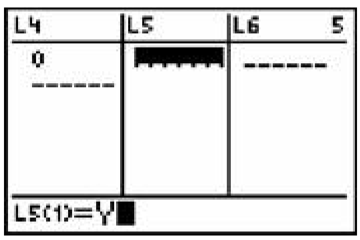
Wenn Sie Ihre Analyse fertig gestellt haben, vergleichen Sie sie mit der vollständigen Musteranalyse.

Sprunghöhen : Vollständige Analyse (TI 83)

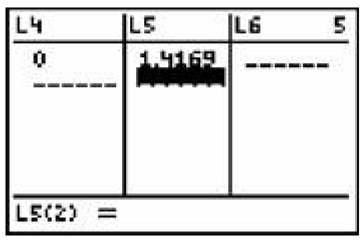
Die Höhe des Sprungs wird in Liste L5, wie in der Analyse beschrieben, übertragen. Die unteren Bilder zeigen den Vorgang Schritt für Schritt.



Positionieren Sie den Cursor auf dem Plateau, bevor der Ball fallen gelassen wird.

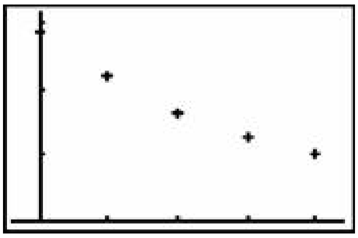


Drücken Sie Stat, editieren Sie, um den Listeneditor zu starten. Geben Sie 0 in L4(1) und Y (alpha1) in L5 (1) ein.

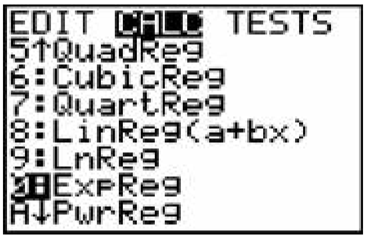


Der Wert aus dem Y-Register wird in Liste L5(1) übertragen.

Wenn wir alle Daten in der Liste haben, zeichnen wir die Höhe als Funktion der "Sprungnummer". Das Streudiagramm sieht so aus:



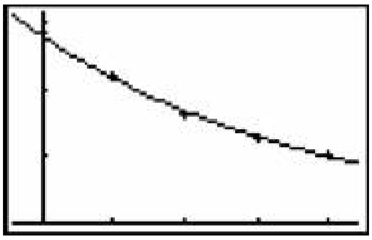
Eine angemessene Kurvenanpassung scheint die Exponentialfunktion zu sein. Die unteren Schritte führen Sie durch die Berechnung einer exponenziellen Regression.



Drücken Sie STAT. Wählen Sie CALC und gehen abwärts zu ExpReg. Dann drücken Sie ENTER - der Befehl wird auf Ihren Startbildschirm übertragen.

Die Syntax ist in L_4, L_5, Y_1 für die x und y Listen und Y_1. Y_1 findet sich unter VARS, Y-VARS. So werden Regressionsgleichung und Datenpunkte in den Funktionseditor (als Y1) übertragen.

Nach der Regressionsberechnung werden die Konstanten auf dem Startbildschirm angezeigt.



Drücken sie ZOOM ZoomStat , um den Graphen mit der Regressionslinie anzuzeigen. Wenn Sie die x-Achse sehen möchten, gehen Sie zu WINDOW und setzen Sie Ymin = 0.

Wie wir sehen, passt das Exponentialmodell gut. Die Gleichung $y = 1{,}40 * 0{,}772^x$ gibt uns folgende Informationen:

Die Ausgangshöhe ist 1,40 m.

Nach jedem folgenden Rücksprung erreicht der Ball eine neue maximale Höhe, die das 0,772 -fache der vorhergehenden ist.

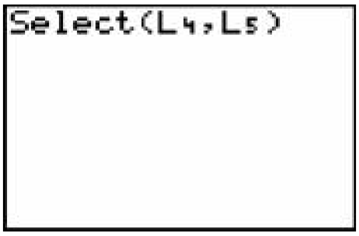
Da die potenzielle Energie linear in Bezug auf die Höhe $W_P = mgh$ ist, bedeutet das, dass 77% der gesamten mechanischen Energie in jedem Sprung erhalten bleibt. Umgekehrt lässt sich auch sagen, dass das System bei jedem Sprung 23% seiner Energie verliert.

Analyse III: Die Bewegung zwischen den Sprüngen

In diesem Bereich untersuchen wir die Bewegung zwischen zwei Sprüngen.

- Kehren Sie zu dem urspünglichen Graphen zurück (L1 and L2)
- Benutzen Sie Auswahl-Befehle , um den Bereich zwischen dem ersten und zweiten Sprung auszuwählen. Übertragen Sie diesen Bereich in die Listen L4 und L5.

Damit verhindern Sie, dass Ihre aufgenommenen Daten gelöscht werden. Aber Achtung, die Daten, die sich bereits in den Ziel-Listen, L4 und L5, befinden, werden überschrieben. Wenn Sie diese Daten sichern wollen, ändern Sie den Namen der Listen .

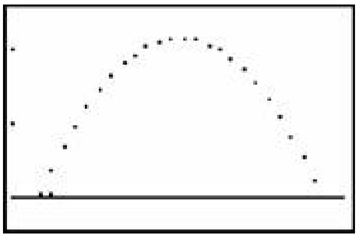


- Benutzen Sie ZoomStat , um in den ausgewählten Bereich zu zoomen.
- Versuchen Sie eine Kurve an die Daten anzupassen, indem Sie eine passende Regression durchführen.
- Haben die Konstanten in der Regressionsgleichung irgendeine Bedeutung? Wenn ja, welche?
- Welche Art der Bewegung liegt hier vor? Was sagt uns das über die auf den Ball wirkende Kraft zwischen den Sprüngen?

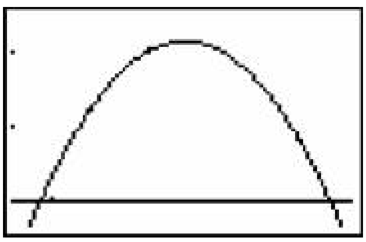
Wenn Sie Ihre Analyse fertig gestellt haben, vergleichen Sie sie mit der vollständigen (Muster-) Analyse.

Die Bewegung zwischen den Sprüngen: vollständige Analyse (TI 83)

Um die Bewegung zwischen zwei Sprüngen zu analysieren, müssen wir einen Teil des Graphen auswählen. Das funktioniert mit dem Befehl Auswahl (SELECT) der sich sowohl in LIST (2:nd STAT), OPS als auch im CATALOG (2:nd 0) befindet. Nach der ersten Auswahl und Fenstereinstellung sieht der erste Sprung so aus:



Eine angemessene Kurvenanpassung scheint die quadratische Funktion zu sein. Daher führen wir eine quadratische Regression mit den Daten aus. Die Konstanten und die erhaltene Kurve sehen Sie unten.



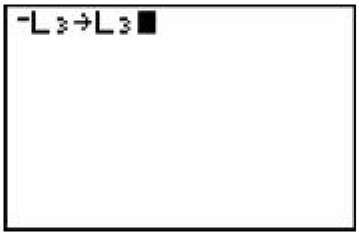
Wie wir sehen, passt das quadratisches Modell fast perfekt.

In der Gleichung $y=-4{,}88\,x^2+13{,}9\,x-8{,}86$ hat nur eine der Konstanten eine physikalische Bedeutung. Das ist -4,88, also die Hälfte der Erdbeschleunigung. Wenn wir verdoppeln, erhalten wir -9,76, was sehr nah an dem Wert *g* = 9,81 m/s^2 liegt. Das negative Vorzeichen zeigt, dass die Beschleunigung abwärts gerichtet ist.

Das quadratische Modell zeigt, dass die Bewegung gleichmäßig beschleunigt, d.h. die Kraft, die auf den Ball wirkt ist zu allen Zeiten die gleiche. Diese Kraft ist das Gewicht des Balls und kann berechnet werden zu

$$F=mg=0{,}313*9{,}82\,N=3{,}1\,N$$

Analyse IV: Die Geschwindigkeit des Balls

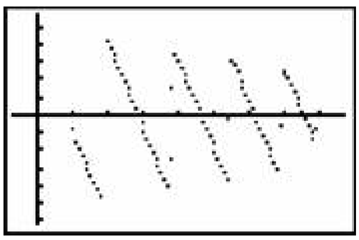


Die Geschwindigkeit des Balls ist in L_3 gespeichert. Diese Daten wurden mit den nummerischen Ableitungen der ursprünglichen Positions-Zeit-Daten berechnet.

Daher ist die positive Richtung - weil vom CBR aus betrachtet - abwärts. Um das zu ändern, führen Sie folgende Transformation in Liste L3 auf dem Startbildschirm durch: $-L_3 \rightarrow L_3$ (dieser Pfeil ist STO). Das ändert die Vorzeichen aller Geschwindigkeiten. Jetzt passen die Geschwindigkeits- und die Entfernungsdaten zueinander. Bevor Sie ein Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm machen, versuchen Sie sich vorzustellen, wie es aussieht. Skizzieren Sie es grob mit der Hand.

- Lassen Sie das Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm auf dem Rechner anzeigen (L1, L3). Sieht es aus wie erwartet? Wenn nicht, warum?
- Was passiert in den linearen Abschnitten? Was bedeutet die Steigung des Graphen? Was passiert mit dem Ball, wenn sich die Vorzeichen der Geschwindigkeit plötzlich ändern?
- Treffen Sie eine Auswahl aus einem der linearen Bereiche des Graphen und versuchen Sie eine Gerade anzutragen. Beachten Sie, dass es sich in dem Beispiel um eine quadratische Regression handelt. Ist das die Steigung, die Sie erwartet haben?
- Berechnen Sie die mittlere Beschleunigung des Balls, wenn er das erste Mal springt. Schätzen Sie die mittlere Kraft während des Sprungs. Welche Kräfte wirken auf den Ball, wenn er abprallt? Wenn Sie Ihre Analyse fertig gestellt haben, vergleichen Sie sie mit der vollständigen (Muster-)Analyse.

Die Geschwindigkeit des Balls: Vollständige Analyse (TI 83)

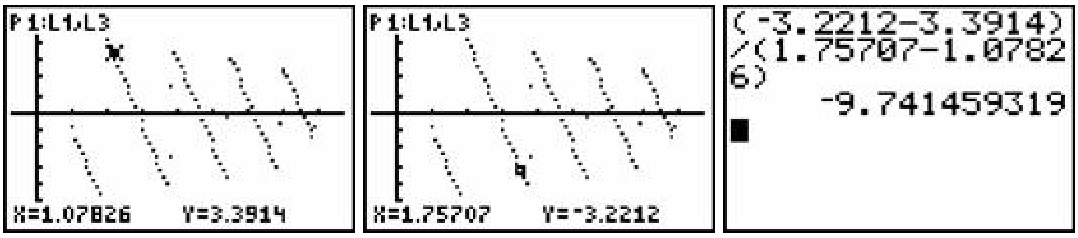


Wenn wir die Schritte aus dem Analyse-Bereich nachvollziehen, erhalten wir folgendes Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm. Die Geschwindigkeiten werden in m/s gemessen und die Zeit in s.

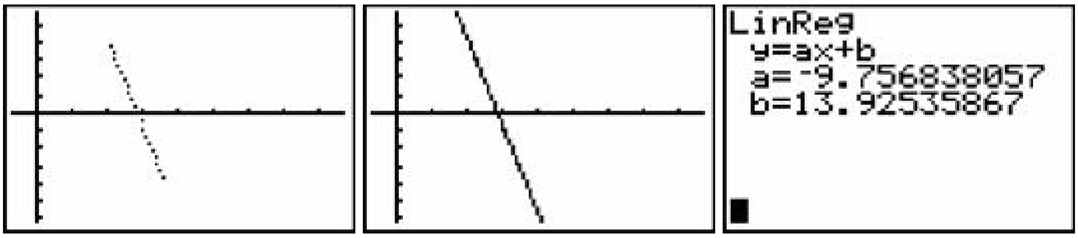
Die Linearität entsteht, weil die Beschleunigung in der Luft stets

dieselbe ist. Das bedeutet, dass sich die Geschwindigkeit während der gleichen Zeitintervalle ähnlich verändert. Wenn der Ball abprallt, verändert die Geschwindigkeit ihr Vorzeichen. Infolge der Kraft beim Rückprall vom Boden sind die Veränderungen der Geschwindigkeit innerhalb einer kurzen Zeit relativ groß. Beachten Sie, dass die Geschwindigkeit mit der der Ball vom Boden abprallt immer kleiner wird, da bei jedem Sprung mechanische Energie verloren geht. In dem Diagramm entspricht der Schnittpunkt des Graphen mit der x-Achse der Geschwindigkeit Null, räumlich gesehen hat der Ball seinem jeweils höchsten Punkt erreicht.

Alle linearen Bereiche des Graphen haben dieselbe Steigung. Während der Zeit, in der der Ball in der Luft ist, wird das nur durch das Eigengewicht des Balls beeinflusst. Die Steigung des linearen Bereichs sollte daher die Gravitations-Beschleunigung annähernd erreichen. Wir können das mit der mittleren Beschleunigung überprüfen, indem wir zwei Punkte wählen und $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ berechnen.

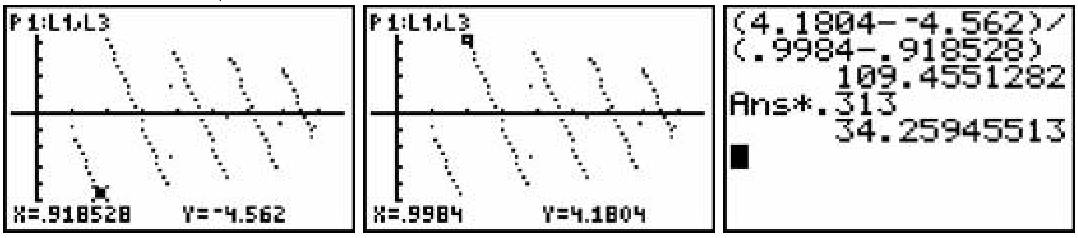


Eine andere Möglichkeit der Berechnung ist es, einen der linearen Bereiche auszuwählen und eine lineare Regression auszuführen.



Wie wir sehen, ist die Steigung sehr nah an dem Wert von *g*.

Um die Kräfte, die auf den Ball während des Sprungs einwirken, abzuschätzen, versuchen wir die Zeit zu ermitteln, die der Ball Kontakt zum Boden hat. Benutzen Sie TRACE um das Zeitintervall zu finden, dass ungefähr 0,1s beträgt. Verwenden wir diese Zeit in der Berechnung finden wir, dass die mittlere Beschleunigung –110 m/s^2 beträgt. Das bedeutet eine Nettokraft von $F=ma=0{,}313*-109\,N=-34\,N$



Das ist mehr als das 10fache des eigenen Gewichts. Der Spitzenwert beträgt annähernd das Doppelte dieses Werts.

Datenanalyse (mit MS Excel; MS Windows-Dateien)

Die Bewegungsdaten unseres Experiments wurden mit Hilfe des Verbindungskabel in ein Excel-Tabellenblatt übertragen. Öffnen Sie die Datei Ball-Sprung.

Zeitdaten (Einheit s) sind in Spalte A und die Entfernung (in m) in Spalte B.

Zeichnen Sie den Entfernungs-Zeit-Graphen in ein Streudiagramm.

Untersuchen Sie den Graphen und versuchen Sie die Position des Balls zu verschiedenen Zeitpunkten während der Bewegung herauszufinden. Denken Sie bitte daran, dass die Entfernung vom CBR gemessen wurde, das sich über dem Ball befindet.

Um den Graphen anschaulicher zu machen betrachten wir die Entfernungen vom Boden zum Ball. Dazu müssen die Entfernungsdaten umgeformt werden: Subtrahieren Sie alle Daten in Spalte B von dem Maximalwert in Spalte B.

Analyse I: Mechanische Energie

In diesem Abschnitt wollen wir Geschwindigkeiten an verschiedenen Punkten berechnen, um dann die kinetische, potenzielle und die gesamte mechanische Energie auszurechnen und sie miteinander zu vergleichen.

Die Masse des Balls beträgt 313 g.

Bestimmen Sie die Geschwindigkeit an zwei verschiedenen Punkten, bevor der Ball das erste Mal aufkommt. Um die Geschwindigkeit an einem gegebenen Punkt zu berechnen, wählen Sie ein Zeitintervall, dass sich symmetrisch zu diesem Punkt verhält. Das machen Sie, indem Sie die Daten der zwei benachbarten Punkte nehmen, von einem Punkt vorher und nachher. Berechnen Sie nun die mittlere Geschwindigkeit in dem Intervall mit Hilfe des Quotienten

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} .$$

Diese mittlere Geschwindigkeit im Intervall ist eine gute Annäherung an die Geschwindigkeit im gewählten Punkt.

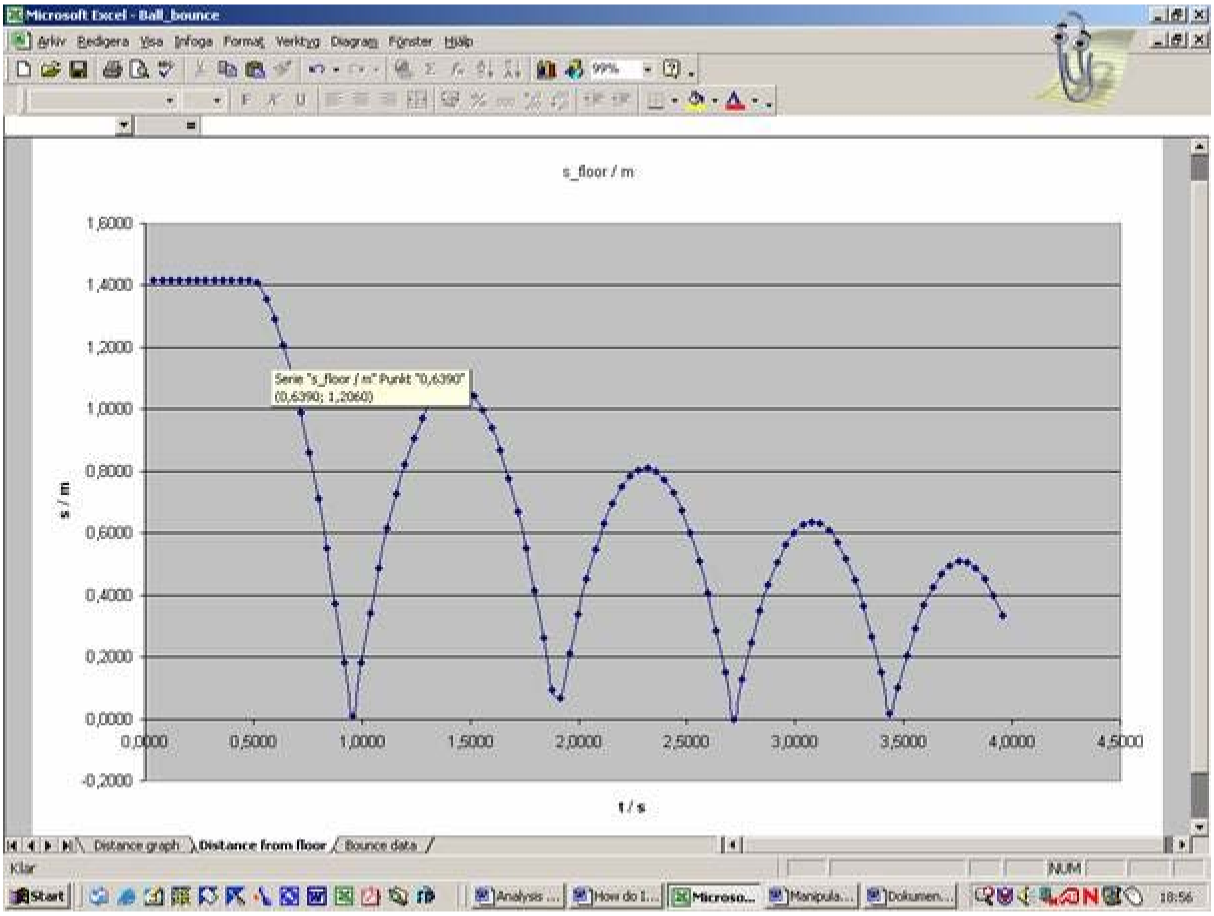
- Berechnen Sie die kinetische und potenzielle Energie zu den Zeitpunkten, an denen die Geschwindigkeit bestimmt wurde. Berechnen Sie schließlich die gesamte mechanische Energie an diesen zwei Punkten.
- Wiederholen Sie die Rechnung für das Intervall zwischen dem ersten und zweiten Sprung. Wählen Sie einen Punkt, wenn der Ball sich nach oben bewegt und einen, in dem sich der Ball nach unten bewegt.
- Fahren Sie mit der Berechnung für zwei Punkte zwischen dem zweiten und dritten, dem dritten und vierten Ballsprung fort.
- Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse aus den unterschiedlichen Berechnungen. Treffen Sie Aussagen über die Energien des Balls in diesem Experiment. Vergleichen Sie Ihre Behauptungen mit dem, was Sie beobachten, wenn Sie nur den Graphen betrachten.

Wenn Sie Ihre Analyse beendet haben, können Sie sie mit der vollständige (Muster-)Analyse vergleichen.

Mechanische Energien - Datenanalyse (mit MS Excel; MS Window-Dateien)

Hinweis: Die Screenshots stammen aus der schwedischen Version von MS-Excel.

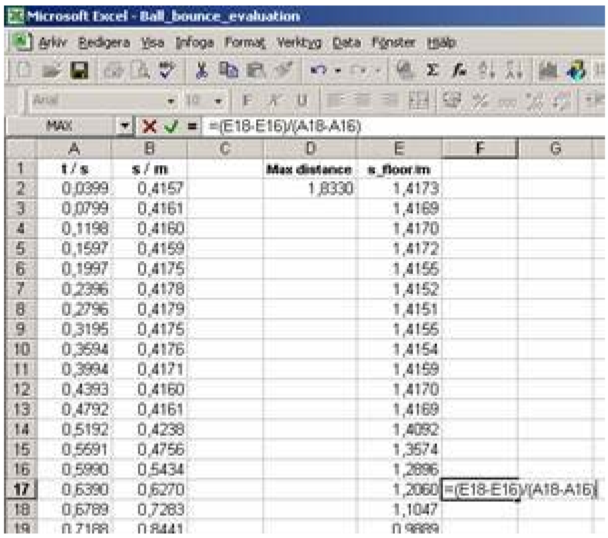
Lassen Sie uns zuerst die Geschwindigkeit an dem unten gezeigten Punkt bestimmen.



Die Koordinaten sind (0,6390 ; 1,2060) mit den Einheiten (s , m).

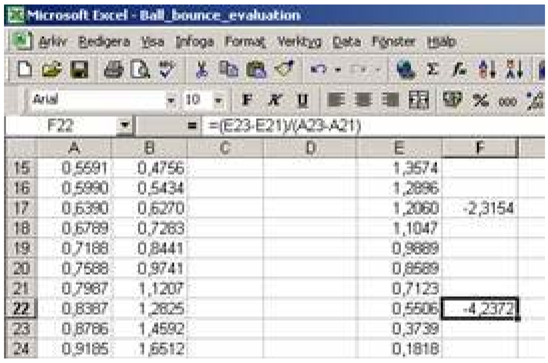
Suchen Sie diesen Punkt im Tabellenblatt. Dann geben Sie eine Formel ein, um die Geschwindigkeit zu berechnen (Siehe rechtes Bild).

Drücken Sie Enter, um die Geschwindigkeit zu berechnen. Die negativen Werte sagen aus, dass sich der Ball nach unten bewegt.



	A	B	C	D	E	F	G
1	t / s	s / m		Max distance	s_floor/m		
2	0,0399	0,4157		1,8330	1,4173		
3	0,0799	0,4161			1,4169		
4	0,1198	0,4160			1,4170		
5	0,1597	0,4159			1,4172		
6	0,1997	0,4175			1,4156		
7	0,2396	0,4178			1,4152		
8	0,2796	0,4179			1,4151		
9	0,3195	0,4175			1,4156		
10	0,3594	0,4176			1,4154		
11	0,3994	0,4171			1,4159		
12	0,4393	0,4160			1,4170		
13	0,4792	0,4161			1,4169		
14	0,5192	0,4238			1,4092		
15	0,5591	0,4756			1,3574		
16	0,5990	0,5434			1,2896		
17	0,6390	0,6270			1,2060	=(E18-E16)/(A18-A16)	
18	0,6789	0,7283			1,1047		
19	0,7188	0,8441			0,9889		

Lassen Sie uns einen anderen Punkt aus der Abwärtsbewegung aussuchen und die Berechnung wiederholen (Siehe Abbildung).

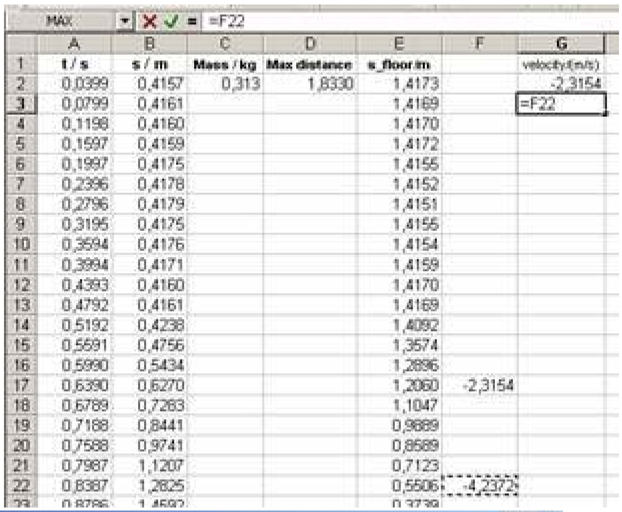


	A	B	C	D	E	F
15	0,5591	0,4756			1,3574	
16	0,5990	0,5434			1,2896	
17	0,6390	0,6270			1,2060	-2,3154
18	0,6789	0,7283			1,1047	
19	0,7188	0,8441			0,9889	
20	0,7588	0,9741			0,8589	
21	0,7987	1,1207			0,7123	
22	0,8387	1,2825			0,5506	-4,2372
23	0,8786	1,4592			0,3739	
24	0,9185	1,6512			0,1818	

Als Nächstes berechnen wir die kinetischen und potenziellen Energien. Dazu werden die beiden Geschwindigkeiten aus F17 und F22 in die Zellen G2 und G3 übertragen.

Das Ergebnis dieses Verfahrens sehen wir im nächsten Bild.

Wir berechnen mit der Masse von 0,313 kg die potenzielle und kinetische Energie mit folgenden Formeln:



	A	B	C	D	E	F	G
1	t / s	s / m	Mass / kg	Max distance	s_floor/m		velocity/(m/s)
2	0,0399	0,4157	0,313	1,8330	1,4173		-2,3154
3	0,0799	0,4161			1,4169		=F22
4	0,1198	0,4160			1,4170		
5	0,1597	0,4159			1,4172		
6	0,1997	0,4175			1,4156		
7	0,2396	0,4178			1,4152		
8	0,2796	0,4179			1,4151		
9	0,3195	0,4175			1,4156		
10	0,3594	0,4176			1,4154		
11	0,3994	0,4171			1,4159		
12	0,4393	0,4160			1,4170		
13	0,4792	0,4161			1,4169		
14	0,5192	0,4238			1,4092		
15	0,5591	0,4756			1,3574		
16	0,5990	0,5434			1,2896		
17	0,6390	0,6270			1,2060	-2,3154	
18	0,6789	0,7283			1,1047		
19	0,7188	0,8441			0,9889		
20	0,7588	0,9741			0,8589		
21	0,7987	1,1207			0,7123		
22	0,8387	1,2825			0,5506	-4,2372	

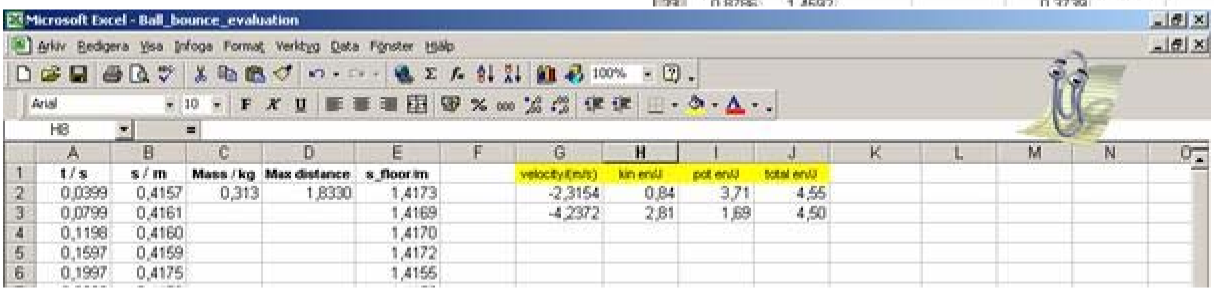
Kinetische Energie: $E_K = \frac{1}{2} m * v^2$ und

Potenzielle Energie: $E_P = m * g * h$.

Die kinetischen Energien werden in den Zellen H2 und H3 berechnet, die potenziellen Energien in I2 und I3. Benutzen Sie die Höhen, die Sie in E17 und E22 finden.

Schließlich summieren wir die kinetischen und potenziellen Energien in Zelle J2 und J3.

Das Ergebnis sehen Sie unten!



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	t / s	s / m	Mass / kg	Max distance	s_floor/m		velocity/(m/s)	kin en/J	pot en/J	total en/J
2	0,0399	0,4157	0,313	1,8330	1,4173		-2,3154	0,84	3,71	4,55
3	0,0799	0,4161			1,4169		-4,2372	2,81	1,69	4,50
4	0,1198	0,4160			1,4170					
5	0,1597	0,4159			1,4172					
6	0,1997	0,4175			1,4156					

Innerhalb der experimentellen Fehlertoleranz können wir die zwei summierten Energien als gleich betrachten.

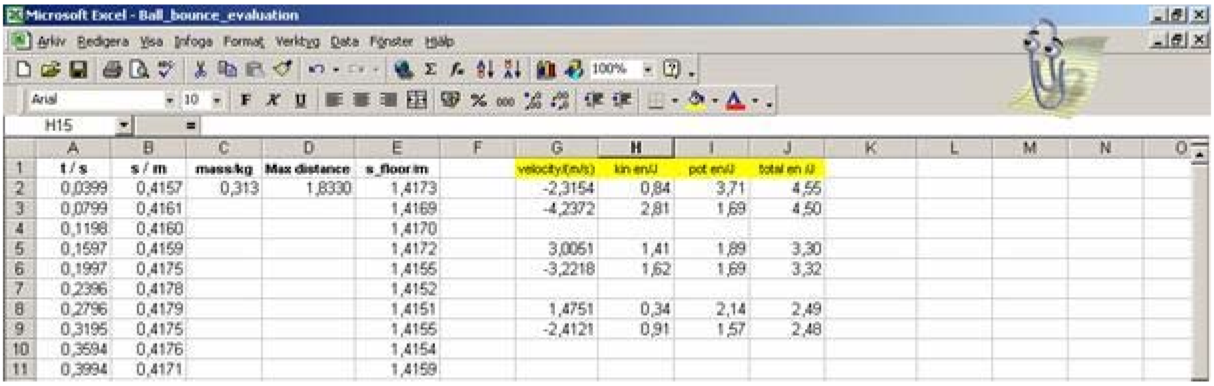
Die Gesamtenergie eines Systems ist konstant.

Auf dieselbe Weise berechnen wir die Geschwindigkeit, die kinetische, potenzielle und Gesamtenergie.

Folgende Punkte wurden ausgewählt:

zwischen 1 und 2: (1,1182 ; 0,6193) und (1,7571 ; 0,5501)

zwischen 2 und 3: (2,1564 ; 0,6977) und (2,5557 ; 0,5103)



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	t / s	s / m	mass/kg	Max distance	s_floor/m		velocity/(m/s)	kin en/J	pot en/J	total en /J
2	0,0399	0,4157	0,313	1,8330	1,4173		-2,3154	0,84	3,71	4,55
3	0,0799	0,4161			1,4169		-4,2372	2,81	1,69	4,50
4	0,1198	0,4160			1,4170					
5	0,1597	0,4159			1,4172		3,0061	1,41	1,89	3,30
6	0,1997	0,4175			1,4155		-3,2218	1,62	1,69	3,32
7	0,2396	0,4178			1,4152					
8	0,2796	0,4179			1,4151		1,4751	0,34	2,14	2,49
9	0,3195	0,4175			1,4155		-2,4121	0,91	1,57	2,48
10	0,3594	0,4176			1,4154					
11	0,3994	0,4171			1,4159					

Wir finden eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den Wertepaaren.

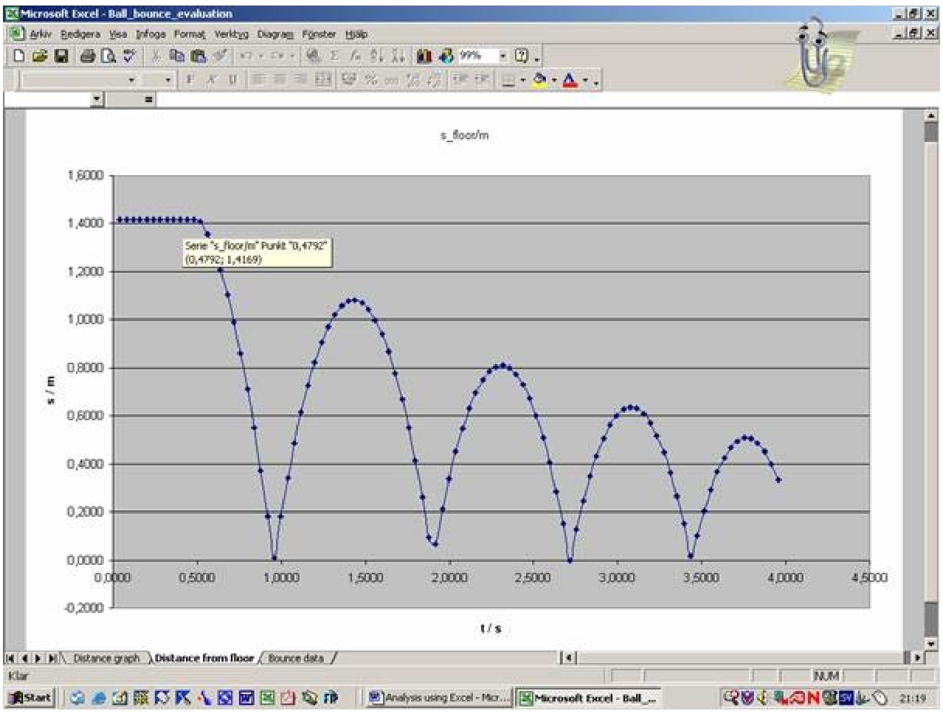
Daraus schließen wir, dass die Energie zwischen zwei Sprüngen erhalten bleibt, d.h. wir haben keine Energieverluste. In dieser experimentellen Berechnung können wir Effekte aufgrund des Luftwiderstandes vernachlässigen.

Wir sehen, dass die Energieverluste im System bei jedem Sprung von der Deformation des Balls abhängen. Ein Teil der mechanischen Energie wird beim Abprall in Hitze umgewandelt. Der Prozentsatz liegt bei 25% (prüfen Sie das nach!). Daher steigt die Ball- und die Bodentemperatur leicht an.

Analyse II: Die Höhe der einzelnen Sprünge

Eine andere Methode, um den Energieverlust in jedem Sprung zu untersuchen, ist es, die maximalen Höhen der daraus resultierenden Sprünge zu untersuchen. Da jedes Maximum Informationen über die maximale potenzielle Energie gibt, müssen wir diese lokalen Maxima bestimmen. In jedem dieser Punkte ist die kinetische Energie gleich Null, da die Geschwindigkeiten gleich Null sind.

Um diese Information zu bekommen, sehen Sie sich den Graphen an, der die Entfernungen zum Boden zeigt.



Die maximale Höhe kann dann dem Tabellenblatt entnommen und die Höhen in Abhängigkeit von der "Sprungnummer" gezeichnet werden. Der Datenpunkt, der aus den Informationen des obigen Graphen entfernt wurde ist (0 ; 1,4169). Die erste Null in den Koordinaten entspricht der Tatsache, dass noch

kein Sprung stattgefunden hat.

Finden Sie die Maxima und tragen Sie sie zusammen mit der Sprungnummer in das Datenblatt ein.

Zeichnen Sie die Höhe als Funktion der Anzahl der Ballsprünge.

Versuchen Sie eine Kurve an die Daten anzupassen, indem Sie eine angemessene Regression durchführen.

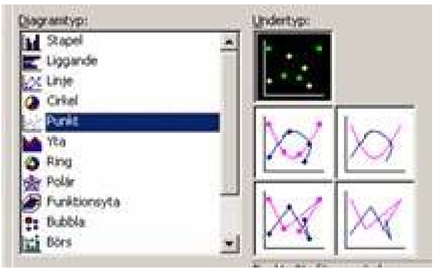
Welche Schlussfolgerungen können Sie ziehen?

Wenn Sie Ihre Analyse fertig gestellt haben, vergleichen Sie sie mit der vollständigen (Muster-) Analyse.

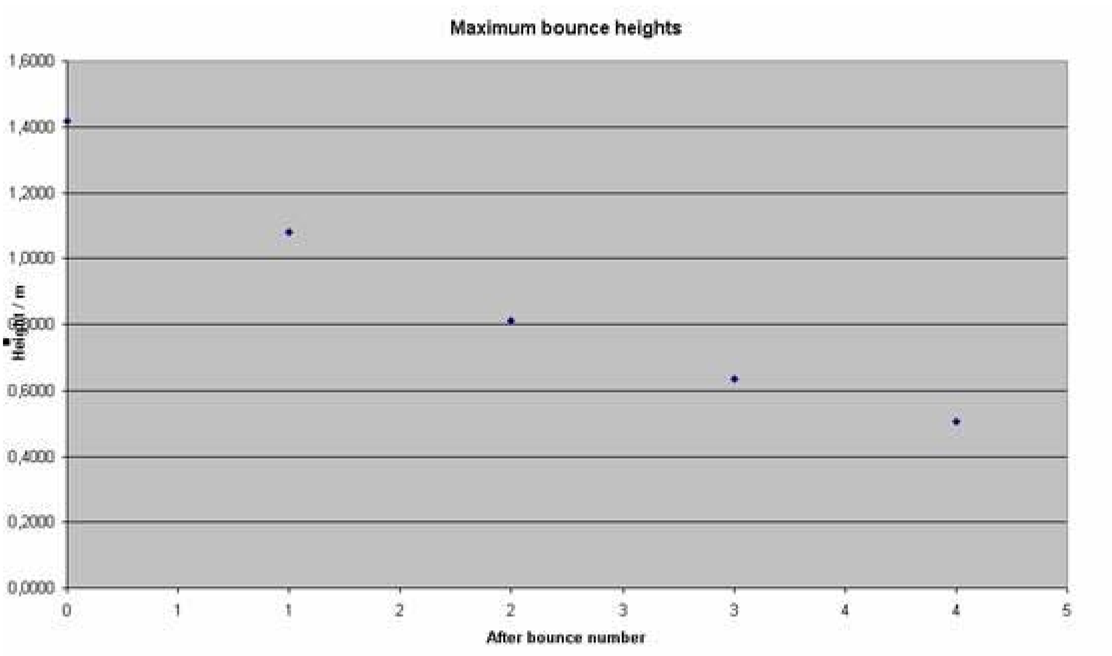
Sprunghöhen -Datenanalyse (mit MS Excel; MS Window-Dateien)

Die Daten der maximalen Höhen sind in den Zellen G13 bis H17.

Um diese Daten in einer Grafik darzustellen, benutzen Sie den *Diagrammassistenten*.



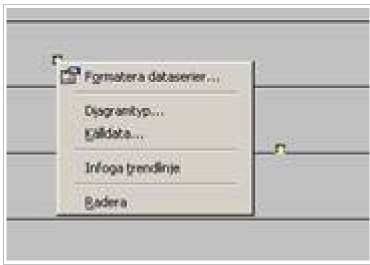
Das Streudiagramm (ohne Verbindungslinien) sieht so aus:



Eine angemessene Kurvenanpassung scheint eine Exponentialfunktion zu sein.

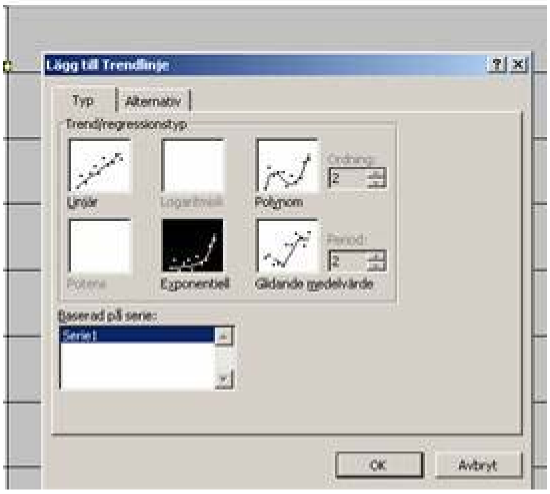
Rechtsklick auf einen der Datenpunkte.

Wählen Sie *Trendlinie hinzufügen*.

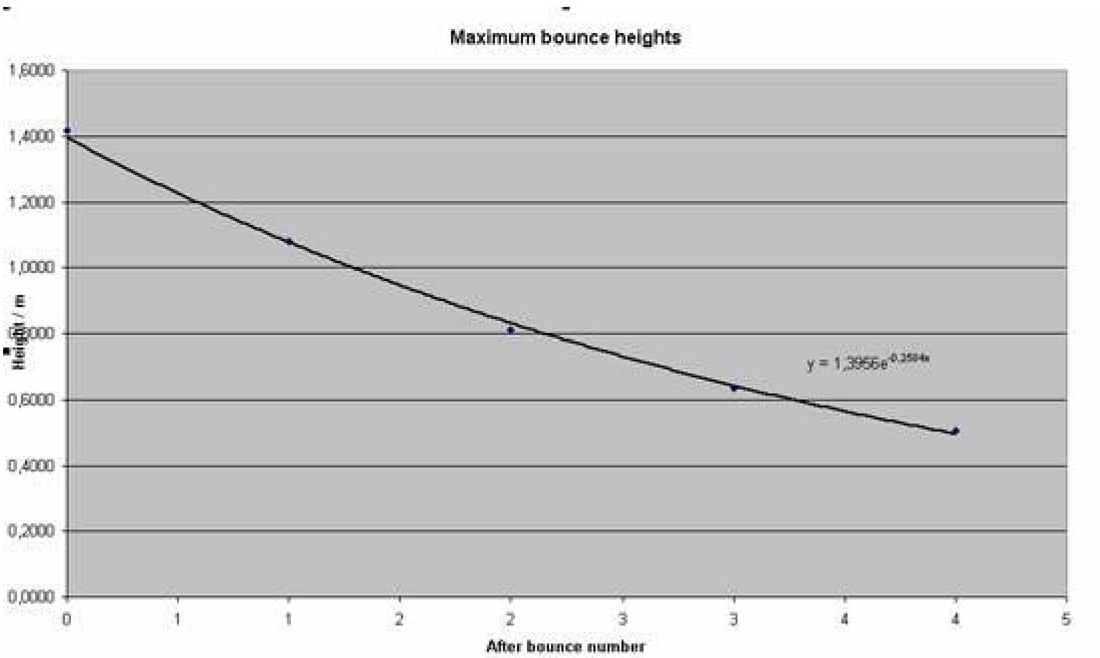


Wählen Sie den Regressionstyp. In diesem Fall sollte eine exponentielle Anpassung

durchgeführt werden, siehe rechtes Bild unterhalb. Um die Kurvengleichung sichtbar zu machen, klicken Sie auf den Karteikartenreiter *Optionen*. Aktivieren Sie die Checkbox "Gleichung im Diagramm darstellen", siehe linkes Bild.



Das Ergebnis sieht so aus:



Wie wir sehen, passt das Expotentialmodell gut. Die Gleichung $y = 1{,}40 * e^{-0{,}258x}$ gibt uns folgende Informationen:

Die Ausgangshöhe ist 1.40 m.

Nach jedem Abprall erreicht der Ball eine maximale Höhe, die $e^{-0{,}258} \approx 0{,}773$ der vorhergehenden entspricht.

Da die potenzielle Energie linear in Bezug auf die Höhe $E = m * g * h$ ist, bleibt 77% der totalen mechanischen Energie in jedem Sprung erhalten. Man kann auch umgekehrt sagen, dass das System bei jedem Sprung 23% seiner Energie verliert.

Analyse III: Die Bewegung zwischen den Sprüngen

Um die Bewegung zwischen zwei Sprüngen zu analysieren, können wir folgendermaßen vorgehen:

Gehen Sie zu dem Graphen, der den gesamten Vorgang darstellt. Dort legen Sie fest, welche Datenpunkte ausgewählt werden sollen. Zurück in dem Tabellenblatt sammeln Sie diese Daten in Spalte A und E. Wir schlagen vor, dass Sie die Daten zwischen dem ersten und zweiten Sprung untersuchen.

Finden Sie eine Regressionskurve, die Ihre Daten modelliert. Welche Art von Bewegung liegt vor? Versuchen Sie die Koeffizienten des Modells zu bestimmen. Welche Kräfte wirken auf den Ball, wenn er sich in der Luft befindet?

Analyse IV: Die Geschwindigkeit des Balls

Bereits in der ersten Analyse, in der die Energien verglichen wurden, haben wir für einige ausgewählte Punkte die Geschwindigkeit berechnet. Jetzt erweitern wir diese Untersuchung um ein Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm.

Nehmen Sie eine der vorher berechneten Geschwindigkeiten; vorzugsweise die erste. Diese Zelle enthält eine Formel, um die Geschwindigkeit an einem ausgewählten Punkt zu berechnen. Kopieren Sie diese Formel in alle betroffenen Zellen in dieser Spalte. Bitte beachten Sie dabei, dass sich die Formel immer auf die Zelle sowohl in der darüberliegenden Zeile als auch in der darunter liegenden Zeile bezieht.

Bevor wir das Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm erstellen, wollen wir einen Moment überlegen und die Situation theoretisch analysieren. Versuchen Sie sich vorzustellen, wie das Diagramm aussieht. Skizzieren Sie es grob mit der Hand.

Jetzt übertragen Sie die Daten in ein Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm.

Entspricht der Graph Ihren Erwartungen?

Was passiert im linearen Bereich? Können Sie eine Vermutung über die Steigung anstellen? Was passiert mit dem Ball, wenn die Geschwindigkeit plötzlich ihr Vorzeichen ändert?

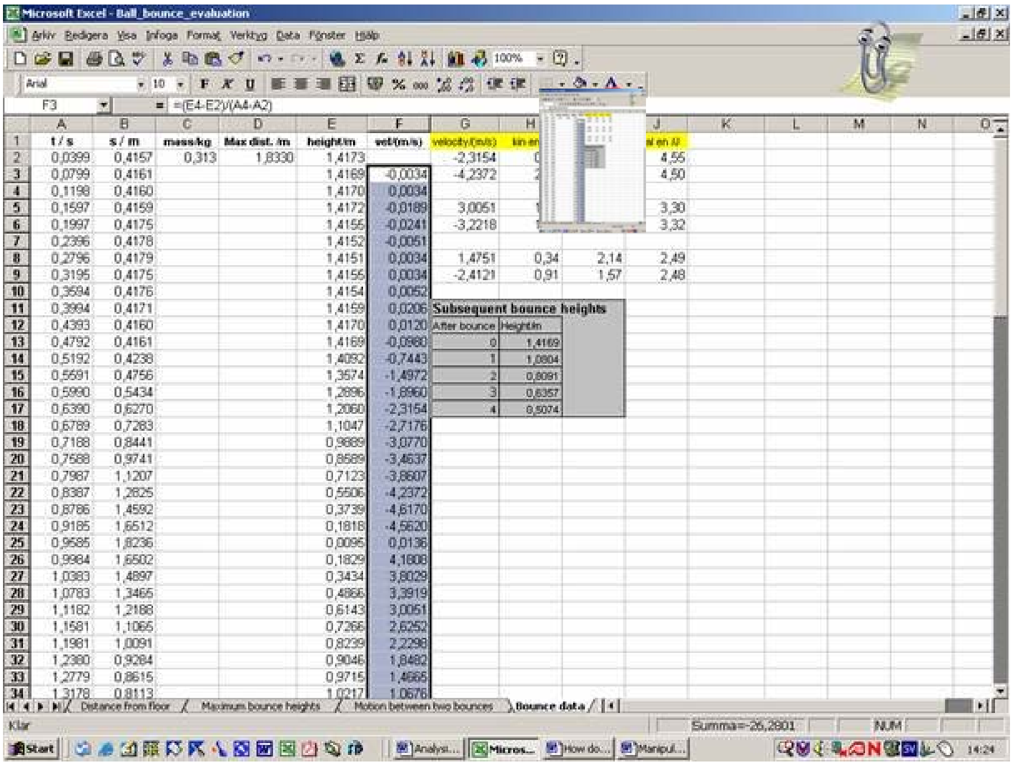
Berechnen Sie die mittlere Beschleunigung des Balls, wenn er das erste Mal abprallt. Welche Kräfte wirken auf den Ball, wenn er abprallt? Das Gewicht des Balls beträgt 313 Gramm.

Wenn Sie Ihre Analyse fertig gestellt haben, vergleichen Sie sie mit der vollständigen (Muster-) Analyse.

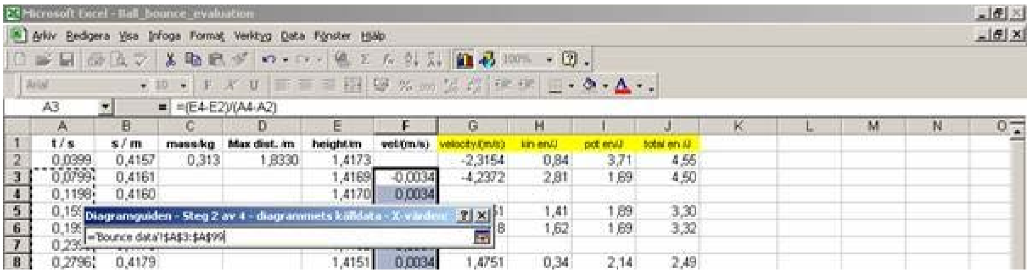
Ballsprung - Geschwindigkeits-Zeit-Graph - Datenanalyse (mit MS EXCEL;MS WINDOW Dateien)

Wenn wir die vorangegangenen Schritte im Analyse-Abschnitt vollzogen haben, erhalten wir die berechneten Geschwindigkeiten in den Zellen F3 bis F99.

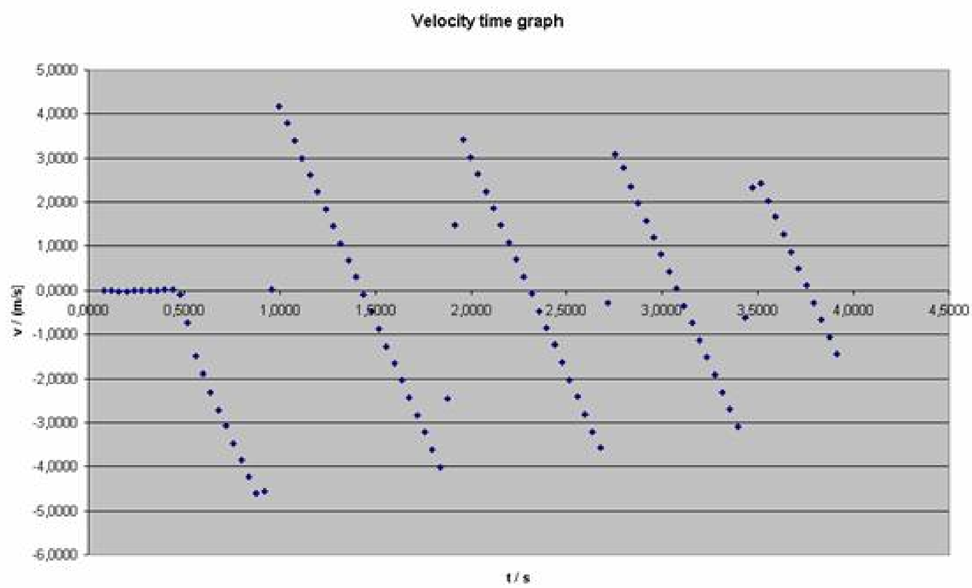
Markieren Sie diese Zellen und benutzen Sie den *Diagramm-Assistenten.*



Vergessen Sie nicht die x-Werte:



Das Ergebnis erscheint auf dem Bildschirm:

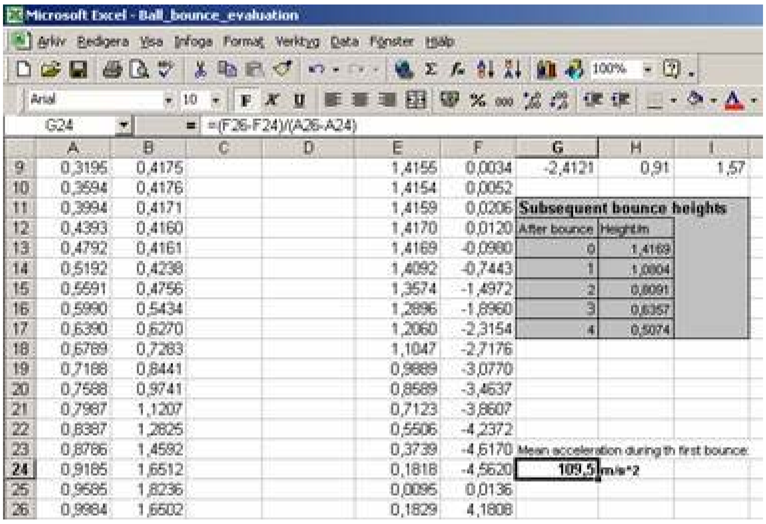


Die Linearität entsteht, weil die Beschleunigung während der Ball in der Luft ist gleich bleibt. Daher bleibt die Änderung der Geschwindigkeit während gleicher Zeitintervalle konstant. Wenn der Ball abprallt, wechselt die Geschwindigkeit. Das Vorzeichen und die Änderungen der Geschwindigkeit sind innerhalb einer kurzen Zeit relativ groß. Beachten Sie, dass bei jedem Rückprall die Anfangsgeschwindigkeit des Balls etwas geringer wird, da mechanische Energie verloren geht. Die Schnittpunkte zwischen dem Graphen und der x-Achse entsprechen dem Geschwindigkeitswert Null, d.h., der Ball ist an seinem höchsten Punkt.

Die linearen Bereiche des Graphen haben dieselbe Steigung. Währenddessen ist der Ball in der Luft und es wirkt nur seine eigene Gewichtskraft. Die Steigungen der linearen Bereiche sollten daher der Gravitation entsprechen. Überprüfen Sie das!

Während des Zeitintervalls, in dem die Geschwindigkeit plötzlich das Vorzeichen ändert, berührt der Ball den Boden. Die Länge dieses Zeitintervalls beträgt 0,1 s.

Die mittlere Beschleunigung während des Kontakts wird mit der Formel im rechten Bild berechnet.


Microsoft Excel - Ball_bounce_evaluation

G24 = =(F26-F24)/(A26-A24)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
9	0,3195	0,4175			1,4155	0,0034	-2,4121	0,91	1,57
10	0,3594	0,4176			1,4154	0,0052			
11	0,3994	0,4171			1,4159	0,0206	Subsequent bounce heights		
12	0,4393	0,4160			1,4170	0,0120	After bounce	Height/m	
13	0,4792	0,4161			1,4169	-0,0980	0	1,4169	
14	0,5192	0,4238			1,4092	-0,7443	1	1,0804	
15	0,5591	0,4756			1,3574	-1,4972	2	0,8091	
16	0,5990	0,5434			1,2896	-1,8960	3	0,6357	
17	0,6390	0,6270			1,2060	-2,3154	4	0,5074	
18	0,6789	0,7283			1,1047	-2,7176			
19	0,7188	0,8441			0,9889	-3,0770			
20	0,7588	0,9741			0,8589	-3,4637			
21	0,7987	1,1207			0,7123	-3,8607			
22	0,8387	1,2825			0,5506	-4,2372			
23	0,8786	1,4592			0,3739	-4,6170	Mean acceleration during th first bounce:		
24	0,9185	1,6512			0,1818	-4,5620	109,5	m/s^2	
25	0,9585	1,8236			0,0095	0,0136			
26	0,9984	1,6502			0,1829	4,1808			

Da die Masse des Balls 313 Gramm beträgt, beträgt die mittlere resultierende Kraft der Aufwärtsbewegung:

$F_{res} = 0{,}313 * 109{,}5\,N$ also ungefähr 34 N

d.h., mehr als das 10fache des Eigengewichtes.