

Die Halbwertszeit von Protaktinium



Zielsetzung:

In diesem Experiment ist es unser Ziel, den Zerfall einer der Isotopen von Protaktinium, $m^{234}\text{Pa}$, zu untersuchen. Ein Geiger-Müller-Zählrohr, der Radiations-Monitor von Vernier, wird mit dem CBL oder LabPro verbunden. Die erfassten Daten werden im Grafikrechner gespeichert und können mit dem Rechner oder dem PC analysiert werden.

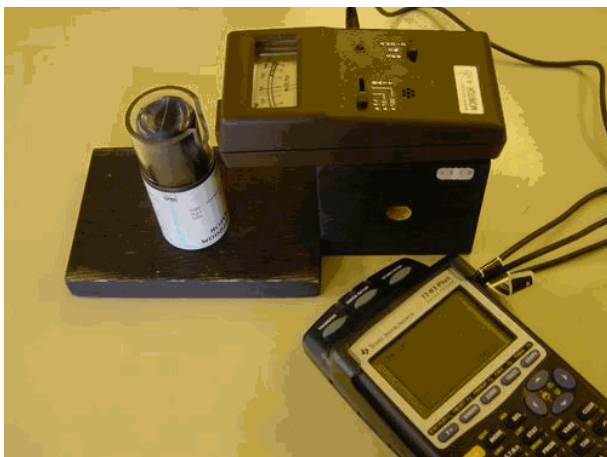
Materialien:

Radiations-Monitor von Vernier, Protaktinium Generator, CBL2 oder LabPro und TI-83

Datenerfassung (TI83)

Bevor Sie mit dem Experiment beginnen, stellen Sie sicher, dass Sie das Programm DATARAD in Ihrem TI-83 Rechner haben.

Bemerkung: Wenn Sie eine alte CBL benutzen, müssen Sie stattdessen das Programm RADIATIN benutzen.



Verbinden Sie das Strahlungsmessgerät mit Ihrem Rechner, und vergewissern Sie sich, dass Sie den Dig/Sonic-Input benutzen.

Arrangieren Sie Ihren Versuchsaufbau so, dass das Fenster des GM-Röhre auf die obere Ebene Ihres Protaktinium-Generators weist.

Starten Sie das Programm DATARAD. Nach dem Startbildschirm gelangen Sie in den Menübildschirm, dort wählen Sie:
1 SETUP, 2: START, 3: GRAPH und 4: QUIT.
Drücken Sie die 1 für SETUP.

In dem SETUP MENU drücken Sie die 3 für TIME GRAPH.

In dem TIME GRAPH SETTINGS MENU haben Sie zwei Alternativen

1: OK und 2: CHANGE TIME SETTINGS.

Wenn Sie das Experiment das erste Mal durchführen, sollten Sie Alternative 2 wählen. Wir schlagen folgende Einstellungen vor: INTERVAL IN SECONDS: geben Sie 15 ein und bei NUMBER OF INTERVALS: geben Sie 20 ein.

Jetzt gelangen sie in das TIME GRAPH SETTINGS MENU zurück. Drücken Sie 1 für OK.

Das bringt Sie zurück auf den Menü-Bildschirm, dort wählen Sie aus:

1 SETUP, 2: START, 3: GRAPH und 4: QUIT. Drücken Sie noch einmal die 1 für das SETUP.

Im SETUP MENU drücken Sie die 2 für BACKGROUND CORRECTION.

In dem BACKGROUND CORRECTION SCREEN wählen Sie 1: PERFORM NOW.

Als Anzahl der Intervalle geben Sie 20 ein.

Folgen Sie den Anweisungen auf dem Rechnerbildschirm. Stellen sie sicher, dass das Zählrohr auf ON und in der Position x1 steht. Drücken Sie ENTER, um die Hintergrundstrahlung zu

messen. Sie müssen 300 s lang warten (bei dieser Eingabe) während der Befehl ausgeführt wird. Am Ende wird die Anzahl der Zerfälle pro Minute präsentiert. Diese Hintergrundstrahlung wird automatisch von den Daten im Hauptexperiment abgezogen..

Zurück im SETUP MENU wählen Sie nochmals die 3: TIME GRAPH. Im TIME GRAPH SETTINGS MENU wählen Sie 1: OK

Sie sind zurück im MAIN MENU. Sie sind jetzt fast mit den Vorbereitungen für das aktuelle Experiment fertig.

Schütteln Sie den Protaktinium-Generator 10 Sekunden lang sehr fest und stellen Sie ihn vor das Zählrohr (s. Foto und Beschreibung oben). Warten Sie 100 Sekunden lang, bis der Generator im oberen Bereich eine Schicht Protaktinium gebildet hat.

Und jetzt drücken Sie die 2: START.

Wenn das Experiment beendet ist, zeigt der Rechner einen Graphen an. Dabei stellt die y-Achse die Anzahl der Zerfälle pro Minute in jedem Zeitintervall dar, die um die Hintergrundstrahlung korrigiert wurden. Die y-Achse misst die Zeit in Sekunden.

Drücken Sie auf dem Rechner ENTER, um zum Hauptbild zurück zu gelangen. Dort drücken Sie 5: QUIT, um das DATARAD-Programm zu verlassen. Die Zählungen werden in Liste L2 und die Zeitdaten in Liste L1 gespeichert.

Wenn Sie das Experiment nicht durchführen können, benutzen Sie die vorbereiteten Dateien zur Analyse.

Analyse mit dem TI83

Wenn Sie Probleme bei der Handhabung des Grafikrechners haben, nutzen Sie die Links.

Zeitdaten (Einheit s) und die Zerfälle pro Minute abzüglich der Hintergrundstrahlung sind in Liste L1

Zeichnen Sie die Anzahl der Zerfälle pro Minute versus Zeit in ein Streudiagramm.

Studieren Sie den Graphen. Stimmt er mit Ihren Annahmen überein?

Sehen Sie sich die Datenaufzeichnung an. Finden Sie heraus, wie lange es dauern wird, bis die Anzahl der Zerfälle pro Minute nur noch die Hälfte des Anfangswerts beträgt.

Ist es möglich eine glättende Funktion an die Daten anzutragen? Welches mathematische Modell könnte das sein? Finden Sie eine angemessene Kurvenanpassung zu den Zerfallsdaten. Welche Regressionsgleichung passt?

Berechnen Sie mit Hilfe der Regressionsgleichung die Halbwertszeit des Protaktinium Isotops. Stimmt Ihr Wert mit dem Tabellenwert überein? Wenn nicht, versuchen Sie herauszufinden, woran das liegt.

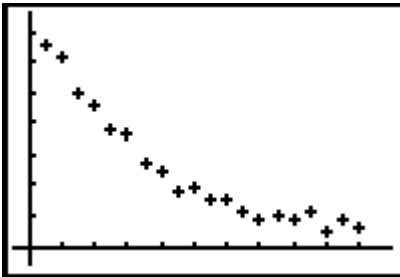
Der Protaktiniumkern ist betaaktiv. Wenn er zerfällt strahlt er negative Betateilchen aus. Schreiben Sie eine Formel für den Zerfallsprozess auf!

Nach dem theoretischen Modell ist die Zerfallsrate proportional zu der Anzahl der Atomkerne, die zerfallen können. Falls Sie den theoretischen Hintergrund kennen: Schreiben Sie die entsprechende Differentialgleichung, die zu dieser Behauptung passt, auf und lösen Sie die Gleichung. Stimmt die Lösung mit Ihren experimentell gewonnen Ergebnissen überein?

Wenn Sie Ihre Arbeit beendet haben können Sie Ihre Schlussfolgerungen mit der vollständigen (Muster-)Analyse vergleichen.

Vollständige Analyse mit TI83

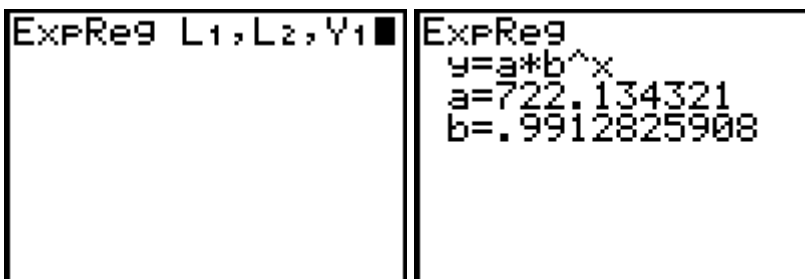
Das Datensets in der Datei RAD wird unten gezeigt. Es ist deutlich, dass die Zerfallsrate steigen muss, da die Anzahl der aktiven Atomkerne sinkt. Nach einer - für viele Nukleonen relativ langen Zeit - erreicht die Zerfallsrate Null.



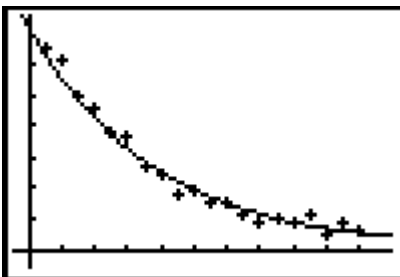
Die Unterteilungsstriche auf der y-Achse sind bei jeweils 100 Ereignissen pro Minute und auf der x-Achse bei jeweils 30 s.

Versuchen Sie eine dem Augenschein nach passende Kurve zu den Datenpunkten zu finden. Eine geglättete Kurve beginnt bei dem Zeitwert 0 mit ungefähr 750 Zählungen pro Minute. Die Hälfte davon ist 375. Die Kurve schneidet eine horizontale Linie bei 375 Zählungen pro Minute (ungefähr bei 70-80 Sekunden). Unsere Schätzung ergibt demnach eine Halbwertszeit von 70-80 Sekunden.

Um eine Regressionskurve anzupassen, klicken Sie auf STAT, CALC und wählen exponential. Übertragen Sie die Regressionsgleichung in den Y= editor , indem Sie Y1 als letzten Parameter addieren.

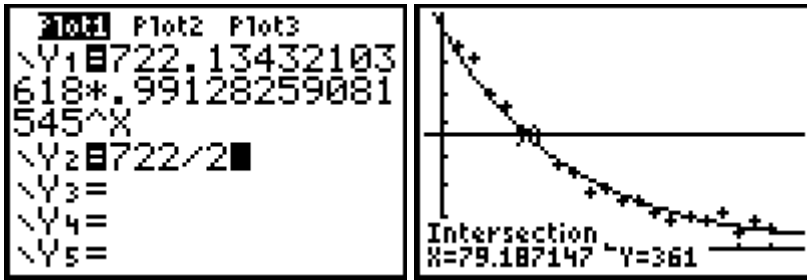


Die obige Bildschirmansicht zeigt die Regressionsgleichung. Unten erscheinen die Datenpunkte zusammen mit der Regressionskurve.



Die Halbwertszeit kann ganz einfach gefunden werden, indem wir eine Kurve zeichnen, die horizontal - auf dem Level des halben Startwerts - verläuft, nämlich $722/2$. Der Schnittpunkt der beiden Funktionen kann mit dem Rechner ermittelt werden. Sehen Sie sich die folgenden

Ansichten an:



Wie wir in dem rechten Bild sehen, liegt die Halbwertszeit bei 79 s.

Dieser Wert stimmt annähernd mit dem Wert aus dem Tabellenblatt überein, der bei 70 s liegt. Wenn Sie Ihre eigenen Daten benutzen, kann die Genauigkeit geringer sein. Aber das ist kein Grund sich zu schämen ;). Da die Zerfallsrate rein statistischer Natur ist, ist es sehr unwahrscheinlich, dass eine einzige Messung ein exaktes Ergebnis liefert.

Die Zerfallsformel sieht wie folgt aus: ${}^{234}_{91}\text{Pa} \rightarrow {}^{234}_{92}\text{U} + \beta^- + \bar{\nu}$

Theoretisches Modell:

Wenn die Anzahl der aktiven Nukleonen in einem bestimmten Moment N ist, dann beträgt die Zerfallsrate in diesem Moment $-\frac{dN}{dt}$. Wenn Sie sich über das negative Vorzeichen wundern, überlegen Sie folgendes: da die Funktion abnimmt, ist die Ableitung negativ.

Die Zerfallsrate verhält sich proportional zu der Anzahl der aktiven Nukleonen, daher $-\frac{dN}{dt} = \lambda \cdot N$, wobei λ eine positive Konstante ist. Die Differentialgleichung hat die Lösung $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$, wobei N_0 die Anzahl der Nukleonen bei dem Zeitwert Null ist. Das stimmt mit unserem experimentellen Resultat überein.

Wenn T die Halbwertszeit ist, ist das die Zeit, zu der die Anzahl der Nukleonen die Hälfte des Anfangswertes beträgt. Wir erhalten:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda T}$$

$$\text{die Lösung für } T \text{ ergibt: } \frac{1}{2} = e^{-\lambda T} \Leftrightarrow \ln \frac{1}{2} = -\lambda \cdot T \Leftrightarrow -\ln 2 = -\lambda \cdot T \Leftrightarrow T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Vergleichen Sie das mit der numerischen Berechnung oben.

Kommentare:

Das m in ${}^{234}_{91}\text{Pa}$ bedeutet metastabil. Dieses Isotop hat eine Halbwertszeit von 1.17 Minuten.

Das ist ein Isomer von dem ${}^{234}_{91}\text{Pa}$ - Isotop, das eine Halbwertszeit von 6.70 Stunden hat.

Sie können eine Atomkern-tabelle mit mehr Informationen auf der Webseite <http://nucldata.nuclear.lu.se/nucldata/charts.asp> finden.

Analyse mit Excel

Die Daten aus dem Experiment wurden mit dem Graph-Link-Verbindungskabel in ein Excel-Tabellenblatt übertragen. Öffnen sie die Datei Halbwertszeit.

Zeitdaten (Einheit s) sind in Spalte A und die Zerfälle pro Minute abzüglich der Hintergrundstrahlung in Spalte B gespeichert.

Zeichnen Sie die Anzahl der Zerfälle pro Minute versus Zeit in einer Streuungsgrafik.

Studieren Sie den Graphen. Stimmt er mit Ihren Annahmen überein?

Sehen Sie sich die Datenaufzeichnung an und finden Sie heraus, wie lange es dauern wird, bis die Anzahl der Zerfälle pro Minute nur noch die Hälfte des Anfangswerts beträgt.

Ist es möglich eine glättende Funktion an die Daten anzutragen? Versuchen sie herauszufinden, welches mathematische Modell geeignet sein könnte. Finden Sie eine angemessene Kurvenanpassung zu den Zerfallsdaten. Welche Regressionsgleichung passt?

Berechnen Sie mit Hilfe der Regressionsgleichung die Halbwertszeit des Protaktinium Isotops. Stimmt Ihr Wert mit dem Tabellenwert überein? Wenn nicht, versuchen Sie herauszufinden, woran das liegt.

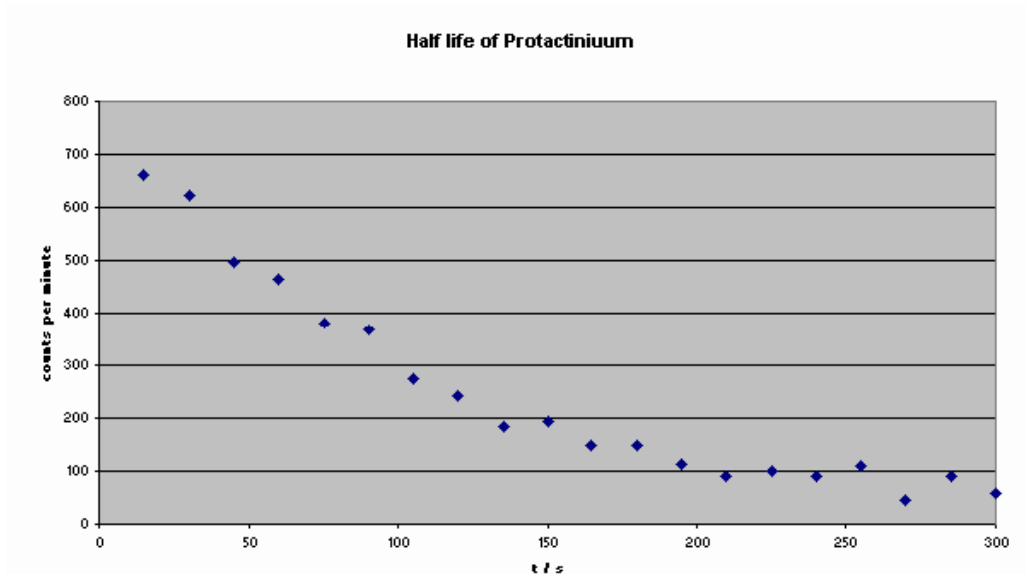
Der Protaktiniumkern ist betaaktiv. Wenn er zerfällt strahlt er negative Betateilchen aus. Schreiben Sie eine Formel für den Zerfallprozess auf!

Nach dem theoretischen Modell ist die Zerfallsrate proportional zu der Anzahl der Atomkerne, die zerfallen können. Falls Sie den theoretischen Hintergrund kennen: Schreiben Sie die entsprechende Differentialgleichung, die zu dieser Behauptung passt, auf und lösen Sie die Gleichung. Stimmt die Lösung mit Ihren experimentell gewonnen Ergebnissen überein?

Wenn Sie Ihre Arbeit beendet haben können Sie Ihre Schlussfolgerungen mit der vollständigen (Muster-)Analyse vergleichen.

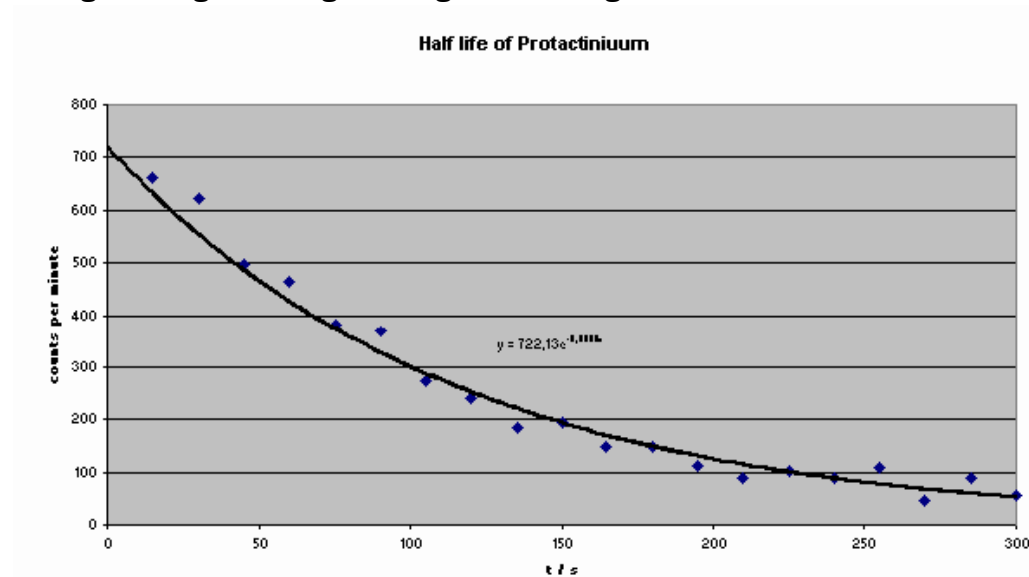
Vollständige Analyse mit Excel

Die Grafik der Datenreihen in der Datei half_life.xls wird unten gezeigt. Wir sehen, dass die Zerfallsrate steigen muss, da die Anzahl der aktiven Atomkerne sinkt. Nach einer - für viele Nukleonen relativ langen Zeit - erreicht die Zerfallsrate Null..



Versuchen Sie eine dem Augenschein nach passende Kurve zu den Datenpunkten zu finden. Eine geglättete Kurve beginnt bei dem Zeitwert 0 mit ungefähr 750 Zählungen pro Minute. Die Hälfte davon ist 375. Die Kurve schneidet eine horizontale Linie bei 375 Zählungen pro Minute (ungefähr bei 70-80 Sekunden). Unsere Schätzung ergibt demnach eine Halbwertszeit von 70-80 Sekunden.

Um eine Regressionskurve anzutragen, klicken Sie mit der rechten Maustaste auf einen der Datenpunkte. Wählen Sie *Trendlinie hinzufügen*. Wählen sie die exponentielle Darstellung und die Darstellung der Regressionsgleichung in dem Diagramm.



Wie wir in dem Diagramm in der Regressionsgleichung sehen ist $y = 722,13 \cdot \exp(-0,0088x)$.

Die Halbwertszeit kann mit der Gleichung $722,13/2 = 722,13 \cdot \exp(-0,0088x)$ berechnet

werden, die vereinfacht, zu $0,5 = \exp(-0,0088x)$ or $x = (\ln 2)/0,0088$ wird. Damit erhalten wir den Wert von x , der annähernd 79 Sekunden beträgt. Dieser Wert stimmt gut mit dem Wert aus dem Tabellenblatt überein, der bei 70 s liegt. Wenn Sie Ihre eigenen Daten benutzen, kann die Genauigkeit geringer sein. Aber das ist kein Grund sich zu schämen ;) Da die Zerfallsrate rein statistischer Natur ist, ist es sehr unwahrscheinlich, dass eine einzige Messung ein exaktes Ergebnis liefert.

Die Zerfallsformel sieht wie folgt aus: ${}^{234}_{91}\text{Pa} \rightarrow {}^{234}_{92}\text{U} + \beta^- + \bar{\nu}$.

Theoretisches Modell:

Wenn die Anzahl der aktiven Nukleonen in einem bestimmten Moment N ist, dann beträgt die Zerfallsrate in diesem Moment $-\frac{dN}{dt}$. Wenn Sie sich über das negative Vorzeichen wundern, überlegen Sie folgendes: da die Funktion abnimmt, ist die Ableitung negativ.

Die Zerfallsrate verhält sich proportional zu der Anzahl der aktiven Nukleonen, daher $-\frac{dN}{dt} = \lambda \cdot N$, wobei λ eine positive Konstante ist. Die Differentialgleichung hat die Lösung $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$, wobei N_0 die Anzahl der Nukleonen bei dem Zeitwert 0 ist. Das steht in Übereinstimmung mit unserem experimentellen Resultat.

Wenn T die Halbwertszeit ist, ist das die Zeit, wenn die Anzahl der Nukleonen die Hälfte des Anfangswertes beträgt, wir bekommen:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda T}$$

die Lösung für T ergibt: $\frac{1}{2} = e^{-\lambda T} \Leftrightarrow \ln \frac{1}{2} = -\lambda \cdot T \Leftrightarrow -\ln 2 = -\lambda \cdot T \Leftrightarrow T = \frac{\ln 2}{\lambda}$.

Vergleichen Sie das mit der numerischen Berechnung oben.

Kommentare:

Das m in ${}^{234}_{91}\text{Pa}$ bedeutet metastabil. Dieser Isotop hat eine Halbwertszeit von 1,17 Minuten.

Das ist ein Isomer von dem ${}^{234}_{91}\text{Pa}$ - Isotop, das eine Halbwertszeit von 6,70 Stunden hat.

Sie können eine Atomkern-tabelle mit mehr Informationen auf der Webseite <http://nucldata.nuclear.lu.se/nucldata/charts.asp> finden.