

La palla che rimbalza



www.lepla.eu



Obiettivo

In questo modulo ci proponiamo di studiare il moto di una palla che rimbalza.

Useremo un sonar per misurare la distanza tra il sensore e la palla. I dati acquisiti verranno raccolti dalla calcolatrice grafica e potranno essere elaborati con la calcolatrice o col computer.

Suggeriamo quattro modi per osservare diversi aspetti della fisica nascosti nel rimbalzo di una palla.

Contenuti

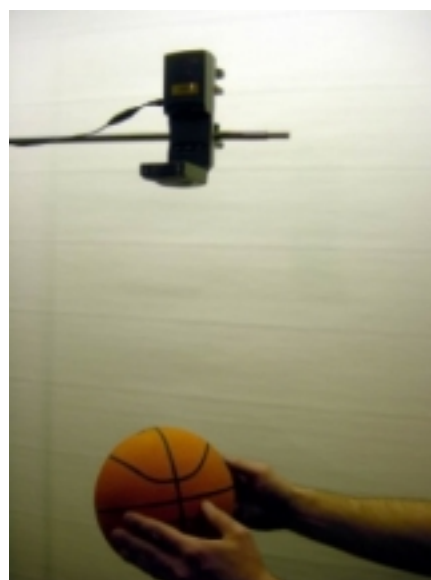
Apparato Sperimentale e Acquisizione Dati

Analisi Dati (TI83)

Analisi Completa (TI83)

Analisi Dati (Excel)

Analisi Completa (Excel)



Apparato sperimentale e Acquisizione Dati

Per fare questo esperimento occorrono:

Una palla, un cavalletto con treppiede, un sonar (CBR) e una calcolatrice grafica (TI-83).

Se hai un altro sistema di acquisizione puoi facilmente riadattare l'esperienza.

- Prima di iniziare l'esperimento assicurati di avere nella tua TI-83 il programma FALL e CLEAN, in caso contrario puoi scaricarlo. Puoi avere alcune brevi istruzioni dalle finestre di aiuto disponibili sul sito o sul CD.
- Attacca il CBR alla parte alta del cavalletto, in modo che sia ad un'altezza di 2 metri dal pavimento. Collega il CBR alla TI-83.
- Avviva il programma FALL nella tua calcolatrice. Scegli di acquisire 20 o 25 punti per ogni secondo. Quando compare la scritta PRESS ENTER, poni la palla a circa 0,5 metri di distanza dal CBR. Premi enter e quando senti il ticchettio del CBR lascia cadere e rimbalzare la palla, fino al termine del ticchettio. Se la palla rimbalza lateralmente dovrai ripetere l'esperimento.

- Al termine dell'esperimento la calcolatrice mostrerà il grafico s-t. Sull'asse delle y troverai la distanza dal CBR in metri e sull'asse delle x il tempo in secondi. I dati della distanza sono memorizzati nella lista L_2 e i dati di tempo nella lista L_1 .

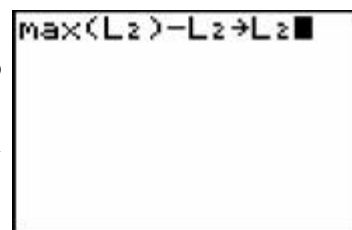
Se non puoi fare l'esperimento è disponibile un set di dati ed alcuni suggerimenti per analizzarli. Sul sito e sul CD troverai anche un breve filmato.

Analisi Dati (TI83)

Se hai problemi nell'uso della calcolatrice grafica puoi trovare sul sito o sul CD delle finestre di aiuto.

- Per iniziare prova a capire in che posizione si trova la palla nei diversi punti del grafico. Ricorda che le distanze sono misurate dal CBR.
- Per rendere l'analisi più facile cambieremo il grafico in modo che sull'asse y venga riportata la distanza dal suolo anziché la distanza dal CBR.

Per farlo osserviamo che la parte alta del grafico rappresenta l'istante in cui la palla rimbalza sul pavimento. Per cambiare riferimento dobbiamo prendere il valore massimo della lista L_2 e sottrarlo a tutti i valori della lista. Ciò può essere fatto facilmente scrivendo [max\(L2\)-L2 → L2](#) nella schermata principale della calcolatrice. Per vedere il nuovo grafico premi ZOOM ZoomStat sulla calcolatrice.



Analisi I: Energia Meccanica

Studieremo l'energia meccanica calcolando l'energia potenziale e cinetica della palla nei diversi istanti di tempo.

La massa della palla è 313 g.

- Calcola la velocità in due punti prima del primo rimbalzo. Per calcolare la velocità in un punto, scegli un intervallo di tempo che lo contenga e che sia simmetrico rispetto al punto. Ciò può essere fatto scegliendo i dati relativi a due punti uno prima e uno dopo ad esso. Ora calcola la velocità media nell'intervallo come rapporto $\Delta s / \Delta t$. Approssima la velocità a metà dell'intervallo di tempo con la velocità media durante l'intervallo.
- Calcola l'energia cinetica e potenziale in due punti dei quali hai trovato il valore della velocità. Fai il calcolo in una nuova colonna della tabella. Infine calcola l'energia meccanica totale in questi punti.
- Ripeti il calcolo fatto sopra per due punti tra il primo e il secondo rimbalzo. Scegli un punto quando la palla sta salendo e uno quando sta scendendo.
- Continua il procedimento descritto sopra per i punti tra il secondo e il terzo, il terzo e il quarto rimbalzo.
- Confronta i risultati dei diversi calcoli. Spiega come varia l'energia della pallina in questo esperimento. Confronta le tue osservazioni con quello che puoi osservare guardando il grafico.

Quando hai finito la tua analisi puoi confrontarla con l'analisi completa.

Analisi II: L'altezza dei rimbalzi

Un altro modo per studiare la perdita di energia durante ogni rimbalzo è studiare l'altezza massima raggiunta dalla palla ad ogni successivo rimbalzo. Ogni altezza massima dà informazioni sull'energia potenziale massima; per questo motivo ti chiediamo di determinare queste altezze.

Per avere queste informazioni guarda il grafico che mostra la distanza della palla dal pavimento.

- Usando TRACE trova l'altezza da cui la palla è stata lasciata cadere. Il valore di questa altezza va inserito come primo elemento della lista L_5 . Un modo semplice per farlo è usare il fatto che i valori delle x e delle y sono accessibili dai registri X e Y della calcolatrice. In pratica si procede nel seguente modo: Muovi il cursore fino al punto che ti interessa. Premi STAT, scegli EDIT e posiziona il cursore su $L_5(1)$ e premi Y (ALPHA 1). Il valore di y passerà in $L_5(1)$. Questo corrisponde all'altezza da cui la palla è lasciata cadere. Dopo metti 0 in $L_4(1)$ per indicare che non ci sono stati rimbalzi.
- Ripeti l'operazione per le altezze massime successive dei rimbalzi ottenuti e mettili nella lista L_3 (e in L_4 i corrispondenti numeri di rimbalzi).
- [Grafico dell'altezza in funzione del "numero di rimbalzi"](#), ovvero. lista L_4 nell'asse x e lista L_5 nell'asse y .
- Prova a trovare la curva teorica che rappresenta meglio i dati sperimentali usando una [regressione](#) adatta.
- Quali conclusioni possiamo trarre ? Dopo quanti rimbalzi la palla smette di rimbalzare ?

Quando hai finito la tua analisi puoi confrontarla con l'analisi completa.

Analisi III: Il moto tra due rimbalzi

In questa sezione studieremo il moto tra due rimbalzi.

- [Ritorna ai grafici originali \(L1 and L2\)](#)
- Usa il [comando Select](#) per selezionare la parte tra il primo e il secondo rimbalzo. Metti la parte selezionata nelle liste L_4 e L_5 .

In questo modo puoi evitare che i dati vengano persi. D'altra parte i dati che erano nelle liste L_4 e L_5 spariranno perchè vi si scriverà sopra. Se non vuoi perdere i dati dell'analisi precedente devi [rinominare quelle liste](#). Tuttavia non avrai più bisogno di questi dati per cui non è necessario farlo.



- Usa il comando ZoomStat per ingrandire la parte che hai selezionato.
- Prova a trovare la curva teorica che rappresenta meglio i dati sperimentali usando la [regressione](#) adatta.
- La costante dell'equazione di regressione ha un significato fisico ? Se sì quale ?
- Che tipo di moto rappresenta? Cosa ci dice sulla forza che agisce sulla pallina tra i rimbalzi?

Quando hai finito la tua analisi puoi confrontarla con l'analisi completa.

Analisi IV: La velocità della palla

- Nella lista L_3 è memorizzata la velocità della pallina. Questi dati sono calcolati facendo la derivata numerica dei dati originali della posizione in funzione del tempo.

Questo significa che la direzione positiva è dal basso verso la CBR. Per cambiare riferimento si può fare la seguente trasformazione sulla lista L_3 sulla schermata principale: $-L_3 \rightarrow L_3$ (la freccia è il tasto STO). Questo cambia il segno di tutte le velocità. Ora i dati di velocità e distanza corrispondono. Prima di fare un grafico velocità-tempo prova ad immaginare come sarà, abbozzandolo a mano.



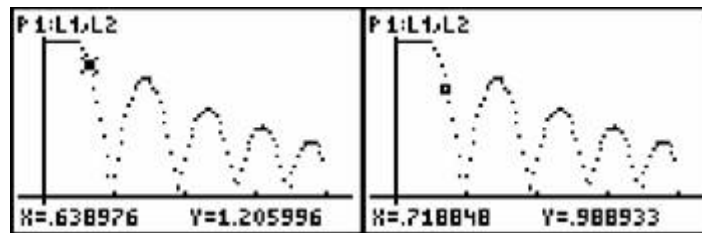
- Osserva il grafico velocità-tempo sulla calcolatrice (L_1 , L_3). Assomiglia a ciò che ti aspettavi ? Se no, perchè ?
- Cos'è successo durante la parte lineare ? Sai fare un'ipotesi sul valore della pendenza ? Cosa succede alla palla quando la velocità cambia segno bruscamente ?
- [Selezione](#) una delle parti lineari del grafico e prova a [interpolarla con una retta](#). Osserva che l'help section dà una curva quadratica. Ha la pendenza che ti aspettavi ?
- Calcola l'accelerazione media della palla quando rimbalza la prima volta. Fai una stima del valore della forza media risultante sulla palla durante il rimbalzo. Quale forza agisce sulla palla quando rimbalza ?

Quando hai finito la tua analisi puoi confrontarla con l'analisi completa.

Analisi Dati Completa (TI83)

Analisi I: Energia Meccanica

Innanzitutto scegliamo un punto nella discesa della curva. Per calcolare l'energia cinetica in quel punto dobbiamo calcolare la velocità. Per farlo usiamo tre punti consecutivi con il "nostro" punto nel mezzo. Poi calcoliamo la velocità media nel piccolo intervallo di tempo dal punto prima al punto dopo. Questa è una buona approssimazione della velocità del punto centrale.



$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(0.9889 - 1.2060) \text{ m}}{(0.7188 - 0.6390) \text{ s}} = -2.72 \text{ m/s}$$

Quando il segno è negativo vuol dire che la palla si sta allontanando dall'origine del sistema di riferimento, cioè sta scendendo.

Sappiamo che la massa della palla è 0.313 kg quindi possiamo calcolare l'energia potenziale e cinetica nel punto e poi l'energia totale.

$$W_p = mgh = 0.313 \cdot 9.82 \cdot 1.1047 \text{ J} = 3.40 \text{ J}$$

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{0.313 \cdot (-2.72)^2}{2} \text{ J} = 1.16 \text{ J}$$

$$W_{mek} = W_p + W_k = 3.40 \text{ J} + 1.16 \text{ J} = 4.46 \text{ J}$$

Ripetiamo questo calcolo per un altro punto in discesa prima che la palla rimbalzi, un altro punto di salita, un altro in discesa e così via. I risultati per alcuni punti sono raccolti nella tabella seguente:

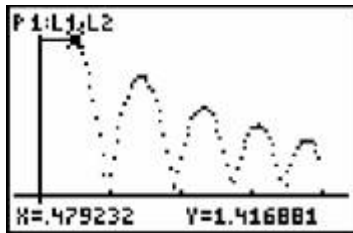
t / s	v / m/s	W_p / J	W_k / J	W_{mek} / J
0.679	-2.72	3.40	1.16	4.46
0.879	-4.62	1.15	3.34	4.49
1.078	3.39	1.50	1.80	3.30
1.677	-2.45	2.39	0.94	3.33
1.997	3.01	1.04	1.42	2.46
2.476	-1.64	2.07	0.42	2.49
2.835	2.36	1.07	0.87	1.94
3.274	-1.91	1.38	0.57	1.95

Dalla tabella si nota che l'energia meccanica è la stessa tra due rimbalzi e che cala dopo il rimbalzo. Il fatto che l'energia meccanica si conservi tra i rimbalzi significa che l'effetto della resistenza dell'aria può essere trascurato nei limiti della accuratezza di questi dati sperimentali.

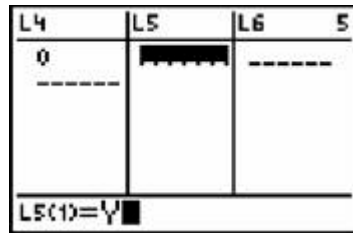
L'energia persa durante il rimbalzo dipende dal calore perso durante la deformazione della palla. Parte dell'energia meccanica della palla è trasferita in calore. Di conseguenza la temperatura della palla e del pavimento diverrà leggermente più alta.

Analisi II: L'altezza dei rimbalzi

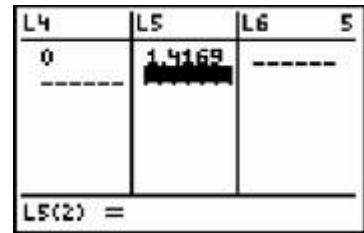
L'altezza dei rimbalzi è contenuta nella lista L_5 come illustrato nell'analisi. Le figure sotto mostrano la procedura passo passo.



Posiziona il cursore nel tratto orizzontale precedente la caduta della palla.

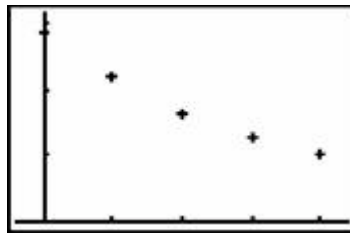


Premi Stat, compariranno gli editor delle liste. Inserisci 0 in $L_4(1)$ e Y (alpha 1) in $L_5(1)$.

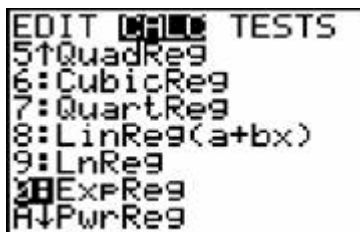


Il valore dal registro Y va inserito in $L_5(1)$.

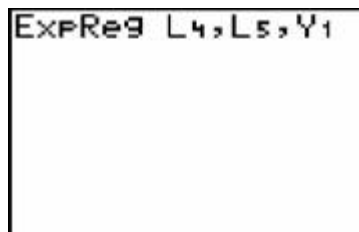
Quando abbiamo tutti i dati nelle liste possiamo [visualizzare il grafico dell'altezza in funzione del numero dei rimbalzi](#). Il grafico dovrebbe assomigliare al seguente:



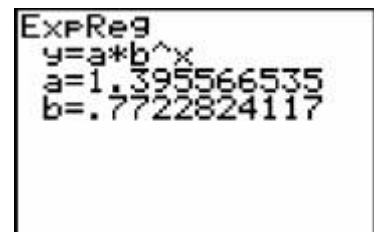
Una buona interpolazione sembra essere quella esponenziale. Le istruzioni che seguono ti aiuteranno ad eseguire una regressione esponenziale.



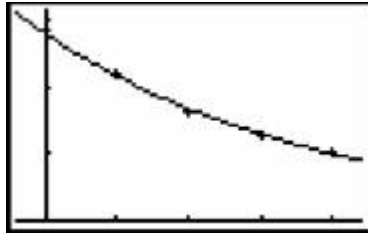
Premi STAT. Scegli CALC e seleziona ExpReg. Quando premi ENTER il comando passa nella schermata base.



La sintassi da inserire è L_4 , L_5 , Y_1 per le liste x e y e Y_1 . Y_1 si trova sotto VARS, Y-VARS, Function, serve a passare l'equazione di regressione nell'editor delle funzioni.



Dopo la regressione la costante è mostrata nella home screen.



Premi ZOOM ZoomStat per vedere il grafico con la regressione. Se vuoi vedere l'asse delle x vai a WINDOW e imposta Ymin = 0.

Si può vedere che il fit esponenziale si adegua bene ai dati sperimentali. L'equazione

$$y = 1.40 * 0.772^x$$

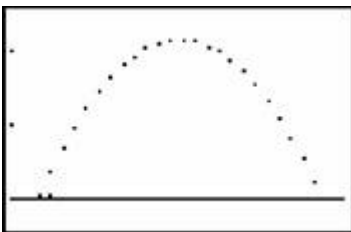
fornisce le seguenti informazioni:

- L'altezza iniziale è 1.40 m.
- Ad ogni rimbalzo la palla risale ad una altezza massima che è pari 0,772 moltiplicato l'altezza del rimbalzo precedente.

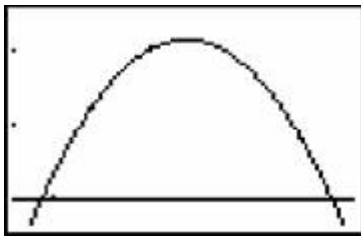
Poiché l'energia potenziale è direttamente proporzionale all'altezza, ($W_p = mgh$), questo significa che il 77 % dell'energia meccanica totale è conservato ad ogni rimbalzo. In altre parole si può dire che il sistema perde il 23 % della sua energia meccanica durante ogni rimbalzo.

Analisi III: Il moto tra due rimbalzi

Per analizzare il moto tra due rimbalzi si deve prima escludere una parte del grafico. Questo è facilmente realizzabile con il comando [Select](#), che si trova in LIST (2:nd STAT), OPS oppure in CATALOG (2:nd 0). Dopo aver effettuato la selezione e impostato correttamente la finestra, il primo rimbalzo appare come segue.



Una ragionevole curva di interpolazione potrebbe essere una funzione quadratica. Perciò realizziamo una [regressione quadratica](#) sui dati. Le costanti e la curva di interpolazione sono mostrati qui sotto:



Come si può osservare il modello quadratico interpola i dati quasi perfettamente. Nell'equazione:

$$y = -4.88 x^2 + 13.9 x - 8.86$$

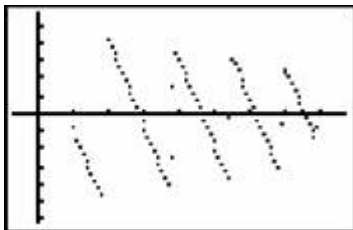
solo una delle costanti ha un significato fisico. E' il valore -4.88 che è la metà dell'accelerazione della palla. Se raddoppiamo il valore otteniamo -9.76 che è molto vicino a -9.81 m/s^2 . Il segno negativo dice che l'accelerazione è diretta verso il basso.

Il modello quadratico dice anche che il moto è uniformemente accelerato, ovvero che la forza risultante sulla palla è la stessa in ogni istante. Questa forza è il peso dell'oggetto e può essere calcolata così:

$$F = mg = 0.313 \cdot 9.82 \text{ N} = 3.1 \text{ N}$$

Analisi IV: La velocità della palla

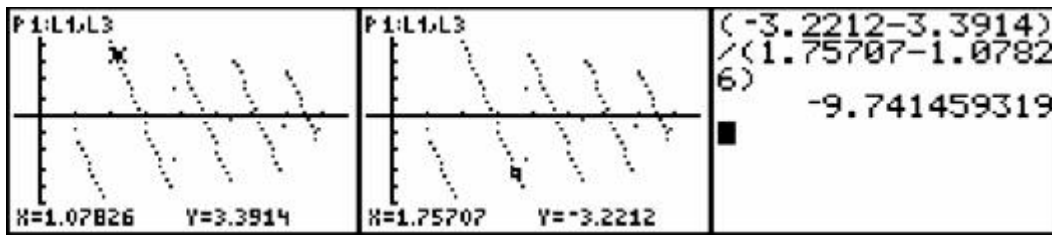
Seguendo i passaggi dell'analisi dati, abbiamo ottenuto il seguente grafico della velocità. Le velocità sono misurate in m/s e il tempo in s.



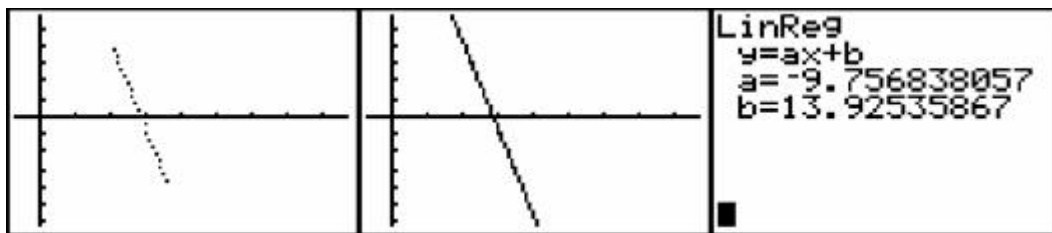
Il grafico è lineare perchè l'accelerazione non varia mentre la pallina è in volo. Questo significa che la velocità cambia della stessa quantità in ogni intervallo di tempo. Quando la pallina rimbalza la velocità cambia segno e si ha un grande cambiamento in un breve intervallo di tempo, provocato dalla forza impressa dal pavimento. Osserva che ogni rimbalzo fa diminuire leggermente la velocità della pallina dopo che lascia il pavimento perchè, ad ogni rimbalzo, si perde dell'energia meccanica. Nel grafico l'intersezione con l'asse x corrisponde a una velocità uguale a zero, cioè quando la pallina è nel punto più alto.

Tutte le parti del grafico rettilinee hanno la stessa pendenza. Durante questo intervallo la palla è in aria solamente sotto l'effetto del suo peso. La pendenza delle rette sarà uguale all'accelerazione dovuta alla gravità. Lo si può controllare andando a calcolare l'accelerazione media e tra due punti.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

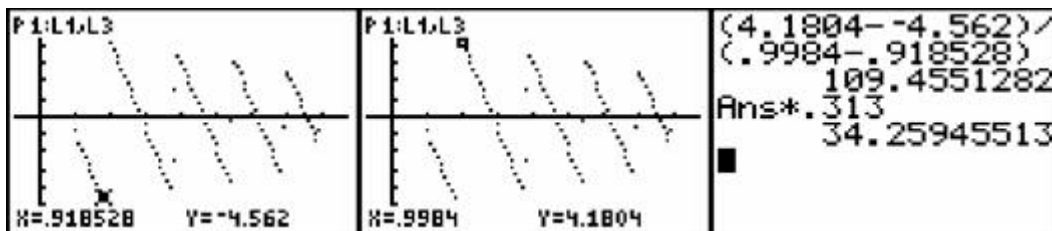


Un'altro modo per farlo è [selezionare](#) una parte rettilinea e fare su di essa la regressione lineare.



Si osserva che la pendenza è molto vicina al valore di g .

Per stimare la forza che agisce sulla pallina quando rimbalza possiamo provare a stimare il tempo di contatto con il pavimento. Usando TRACE troviamo quest'intervallo che è circa di 0.1 s. Usando questo dato troviamo che l'accelerazione media vale circa 110 m/s^2 . E dà una forza media di

$$F = ma = 0.313 \cdot -109 \text{ N} = -34 \text{ N}$$


Che corrisponde a più di 10 volte la forza peso che agisce sulla pallina. Il valore di picco è circa il doppio.

Analisi dei dati (con Excel)

I dati del moto dall'esperimento sono stati importati in un foglio Excel utilizzando il cavo Graph Link. Sul sito e sul CD trovi il documento Ball_bounce.xls.

I tempi (in secondi) sono nella colonna A e la distanze (in metri) nella colonna B.

Costruisci un grafico a dispersione della distanza in funzione del tempo.

Studia il grafico e cerca di figurarti la posizione della palla nei differenti istanti di tempo durante il moto. Facendo questo, ricorda che la distanza è stata misurata dal CBR che si trovava al di sopra della palla.

Per rendere il grafico più semplice da capire è preferibile trasformarlo in modo da misurare le distanze dal pavimento. Per trasformare le misure è necessario sottrarre tutti i dati della colonna B dal valore massimo nella colonna stessa.

Per effettuare la trasformazione puoi trovare due finestre di aiuto sul sito e sul CD ([Come usare la funzione MAX\(\)](#) e [Come graficare i dati quando le colonne non sono adiacenti](#)).

Analisi 1: Energia meccanica

L'obiettivo di questa sezione è calcolare la velocità in punti differenti, quindi calcolare le energie cinetica, potenziale e totale e confrontarle tra loro.

La massa della palla è 313 g.

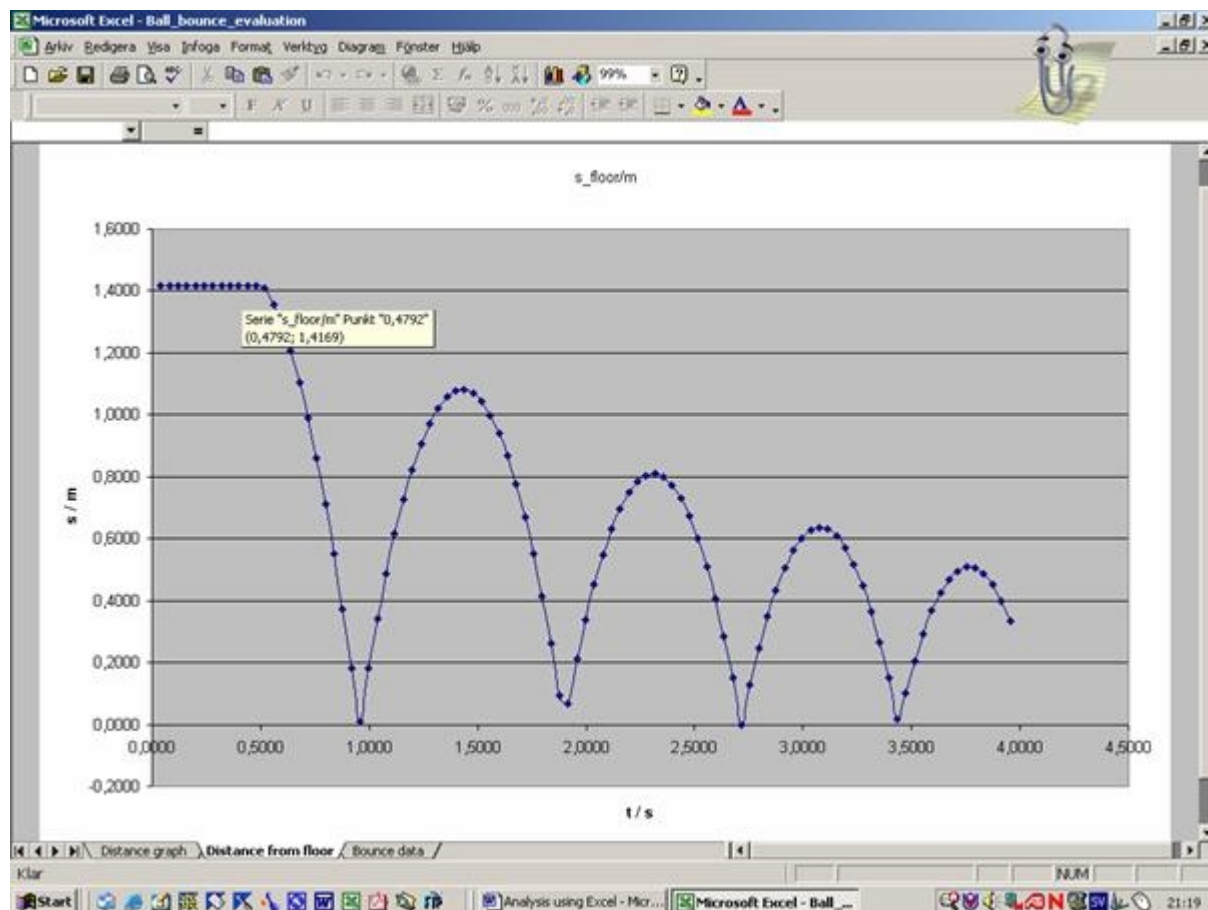
- Determina le velocità in due punti differenti prima del primo rimbalzo. Per calcolare la velocità in un punto dato, scegli un intervallo di tempo simmetrico rispetto al punto scelto; per fare ciò scegli i dati relativi a due punti sperimentali adiacenti, uno precedente e l'altro successivo al punto scelto.
- Ora calcola la velocità media nell'intervallo di tempo come : $\Delta s / \Delta t$. Approssima la velocità nel punto medio dell'intervallo con la velocità media durante l'intervallo.
- Calcola le energie potenziale e cinetica nei due punti in cui hai calcolato le velocità. Realizza il calcolo in una nuova colonna del foglio di lavoro. Calcola, infine, l'energia meccanica totale nei due punti.
- Ripeti I calcoli eseguiti usando due punti tra il primo e il secondo rimbalzo. Scegli un punto quando la palla sta salendo e uno quando sta scendendo.
- Prosegui con la procedura precedente per due punti tra il secondo e il terzo e tra il terzo e il quarto rimbalzo.
- Confronta i risultati dei diversi calcoli. Fai delle considerazioni circa le energie della palla durante questo esperimento. Confronta la tue asserzioni con ciò che puoi osservare solo guardando il grafico.

Quando hai il tuo lavoro, e NON prima, puoi confrontare le tue conclusioni con l'analisi completa

Analisi 2: L'altezza di ogni rimbalzo

Un altro modo di indagare sull'energia persa in ogni rimbalzo è di studiare l'altezza massima raggiunta dopo ogni rimbalzo. Poiché ogni altezza massima dà informazioni circa l'energia potenziale massima, è necessario determinare tale altezza. In ognuno di questi punti l'energia cinetica sarà nulle poiché è nulla la velocità.

Per ricavare questa informazione osserva il grafico che mostra la distanza dal pavimento.



Una volta identificati i punti di massima altezza possono essere presi dal foglio di calcolo e si può realizzare il grafico delle altezze in funzione del numero di rimbalzi. Il punto ricavato dalle informazioni del grafico è (0 ; 1.4169). Lo zero inserito corrisponde al fatto che non ci sono stati rimbalzi.

Trova le altezze dei massimi successivi e inseriscile nel foglio di calcolo insieme al numero di rimbalzi.

Grafica le altezze in funzione del numero di rimbalzi.

A quali conclusioni puoi giungere ?

Quando hai il tuo lavoro, e NON prima, puoi confrontare le tue conclusioni con l'analisi completa.

Analisi 3: Il moto tra due rimbalzi

Per studiare il moto tra due rimbalzi puoi procedere come segue.

Ritorna al grafico completo dei dati. Identifica l'intervallo di dati da selezionare. Torna nel foglio dei dati selezionando i dati corrispondenti ai punti scelti, nelle colonne A ed E. E' preferibile che tu analizzi i dati tra il primo e il secondo rimbalzo. Se hai bisogno di aiuto puoi trovare un aiuto nella finestra [Graficare una porzione di due colonne](#) sul sito e sul CD.

Trova ora una curva di regressione che descriva i dati. Di che tipo di moto si tratta ? Cerca di identificare i coefficienti della curva. Quali forze agiscono sulla palla quando è in aria ?

Puoi trovare una descrizione di come individuare la curva che descrive i dati in [Come trovare la curva di regressione](#).

Puoi trovare un'analisi completa leggendo entrambi i riferimenti precedenti.

Analisi 4: La velocità della palla

Durante l'analisi I dove venivano confrontate le energie, si è già svolto il calcolo della velocità in alcuni punti selezionati. Questa indagine viene ora estesa al grafico della velocità in funzione del tempo.

Trova una delle velocità calcolate in precedenza, preferibilmente la prima. Questa cella contiene la formula per calcolare la velocità in un punto scelto. Copia questa formula all'interno di tutte le celle che ti interessano in questa colonna. Osserva che la formula si riferisce a una cella riga sopra e ad una cella della riga sotto rispetto alla propria posizione.

Se hai bisogno di aiuto puoi cercarlo in "[Come inserire e copiare formule](#)".

Prima di fare il grafico velocità-tempo, fermati un attimo e rifletti. Cerca di immaginare quale grafico troverai. Disegnalo a mano.

Rappresenta, ora i dati in un grafico di velocità in funzione del tempo. Se hai bisogno di suggerimenti su come realizzarlo puoi cercare in [Come graficare i dati quando le colonne non sono adiacenti](#). Tieni conto, però, che le operazioni sono fatte utilizzando altre colonne.

Il grafico ti appare come ti aspettavi ?

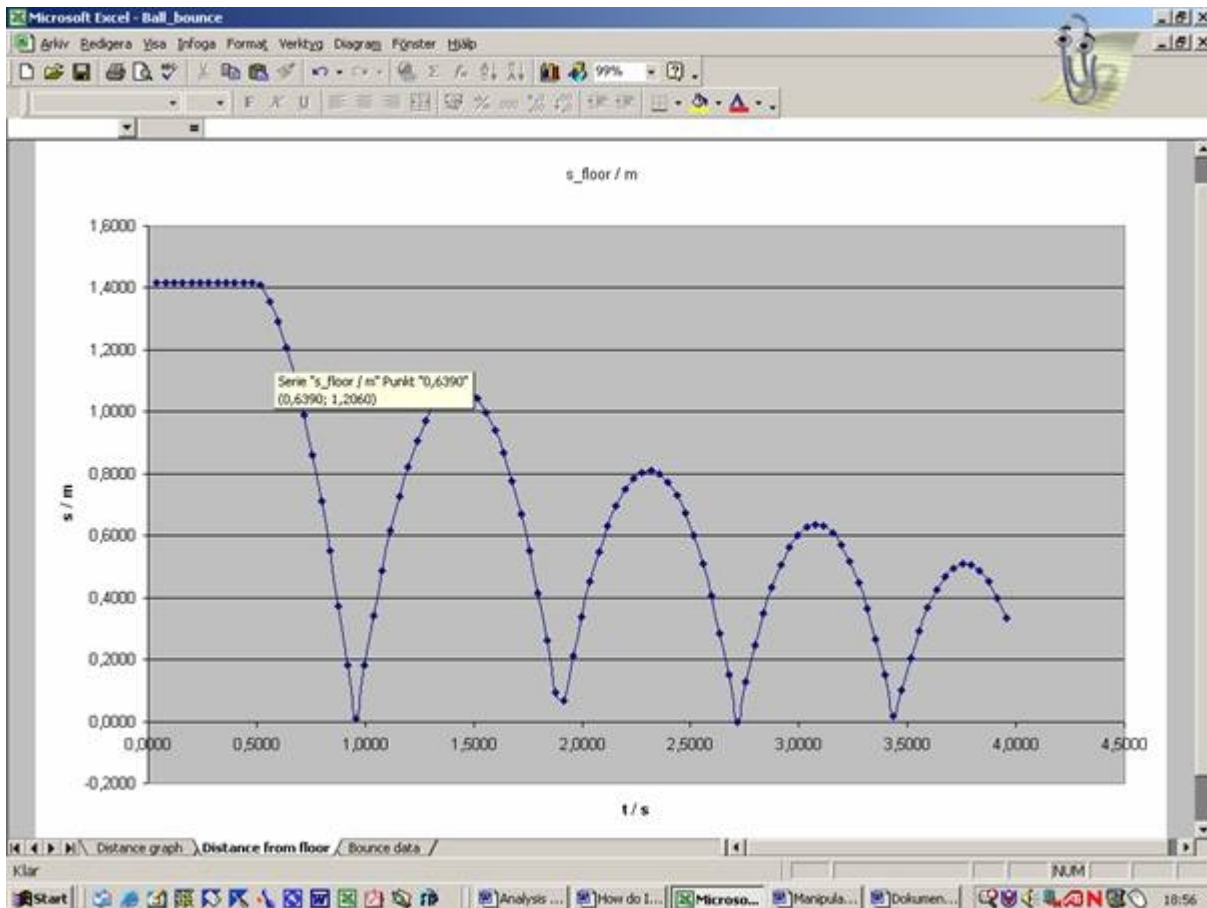
Che cosa succede nella parte lineare ? Puoi fare un'ipotesi sulle pendenze. Che cosa succede alla palla quando la velocità cambia segno repentinamente ?

Calcola l'accelerazione media della palla quando rimbalza la prima volta. Fai una stima della forza risultante media durante questo rimbalzo. Quali forze agiscono sulla palla quando rimbalza ? (la massa della palla è 313 grammi).

Analisi Dati Completa (Excel)

Analisi 1: Energia meccanica

Per cominciare possiamo calcolare la velocità nel punto mostrato nella figura seguente.



Le coordinate sono (0.6390 ; 1.2060) con unità (s , m).

Prima troviamo questo punto nel foglio di calcolo. Poi introduci una formula per il calcolo della velocità. Il cursore è in F17.

Usa celle E18 e E16 per lo spostamento e A18 e A16 per l'intervallo di tempo.

Guarda la figura a destra.

Premi Enter per calcolare la velocità. Il valore negativo ci dice che la palla si muove verso il basso.

The spreadsheet shows the following data:

t / s	s / m
0,0399	0,4157
0,0799	0,4161
0,1198	0,4160
0,1597	0,4159
0,1997	0,4175
0,2396	0,4178
0,2796	0,4179
0,3195	0,4175
0,3594	0,4176
0,3994	0,4171
0,4393	0,4160
0,4792	0,4161
0,5192	0,4238
0,5591	0,4756
0,5990	0,5434
0,6390	0,6270
0,6789	0,7283
0,7188	0,8441

The formula bar shows the calculation for velocity: $\text{=(E18-E16)/(A18-A16)}$.

Scegliamo un altro punto, sempre nel moto verso il basso e ripetiamo il calcolo. La nostra scelta deve essere anche nella figura e nella formula del calcolo della velocità.

Il passo successivo è calcolare l'energia cinetica e potenziale. Per avere le cose radunate passiamo le velocità che ora sono in F17 e F22, nelle celle G2 e G3.

Il risultato di questa operazione è riportato nella figura seguente.

Usando una massa di 0,313 kg calcoliamo l'energia potenziale e cinetica usando le formule:

Energia cinetica: $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ e

Energia potenziale: $E_p = m \cdot g \cdot h$.

Le energie cinetiche sono calcolate nelle celle H2 e H3 le energie potenziali nelle celle I2 e I3.

Usando le altezze che si trovano nelle celle E17 e E22.

Finalmente sommiamo l'energie cinetiche e potenziali nelle celle J2 e J3.

Di seguito è mostrato il risultato di questa operazione !

	A	B	C	D	E	F
15	0,5591	0,4756			1,3574	
16	0,5990	0,5434			1,2896	
17	0,6390	0,6270			1,2060	-2,3154
18	0,6789	0,7263			1,1047	
19	0,7188	0,8441			0,9889	
20	0,7588	0,9741			0,8589	
21	0,7987	1,1207			0,7123	
22	0,8387	1,2825			0,5506	-4,2372
23	0,8786	1,4592			0,3739	
24	0,9185	1,6512			0,1818	

	A	B	C	D	E	F	G
1	t / s	s / m	Mass / kg	Max distance	s_floor / m		velocity (m/s)
2	0,0399	0,4157	0,313	1,8330	1,4173		-2,3154
3	0,0799	0,4161			1,4169		=F22
4	0,1198	0,4160			1,4170		
5	0,1597	0,4159			1,4172		
6	0,1997	0,4175			1,4155		
7	0,2396	0,4178			1,4152		
8	0,2796	0,4179			1,4151		
9	0,3195	0,4175			1,4155		
10	0,3594	0,4176			1,4154		
11	0,3994	0,4171			1,4159		
12	0,4393	0,4160			1,4170		
13	0,4792	0,4161			1,4169		
14	0,5192	0,4238			1,4092		
15	0,5591	0,4756			1,3574		
16	0,5990	0,5434			1,2896		
17	0,6390	0,6270			1,2060	-2,3154	
18	0,6789	0,7263			1,1047		
19	0,7188	0,8441			0,9889		
20	0,7588	0,9741			0,8589		
21	0,7987	1,1207			0,7123		
22	0,8387	1,2825			0,5506	-4,2372	
23	0,8786	1,4592			0,3739		

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	t / s	s / m	Mass / kg	Max distance	s_floor / m		velocity (m/s)	kin enU	pot enU	total enU					
2	0,0399	0,4157	0,313	1,8330	1,4173		-2,3154	0,84	3,71	4,55					
3	0,0799	0,4161			1,4169		-4,2372	2,81	1,69	4,50					
4	0,1198	0,4160			1,4170										
5	0,1597	0,4159			1,4172										
6	0,1997	0,4175			1,4155										

Considerando gli errori sperimentali le due energie totali possono essere considerate le stesse.

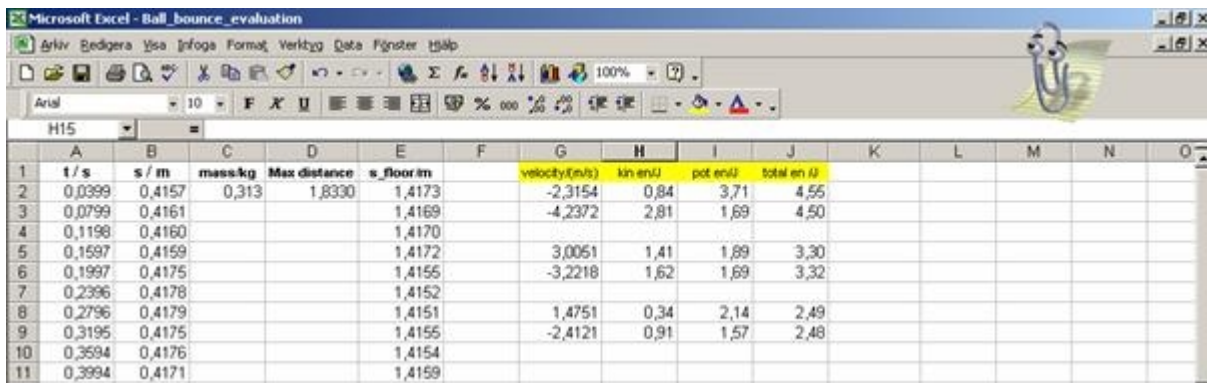
L'energia totale del sistema è costante.

Ora procediamo in modo analogo e calcoliamo le velocità, l'energia cinetica, potenziale e totale.

Scegliamo i seguenti punti:

tra 1 e 2: (1.1182 ; 0.6193) e (1.7571 ; 0.5501)

tra 2 e 3: (2.1564 ; 0.6977) e (2.5557 ; 0.5103)



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	t / s	s / m	mass/kg	Max distance	s_floor/m		velocity(m/s)	kin.en/J	pot.en/J	total en/J					
2	0,0399	0,4157	0,313	1,8330	1,4173		-2,3154	0,84	3,71	4,55					
3	0,0799	0,4161			1,4169		-4,2372	2,81	1,69	4,50					
4	0,1198	0,4160			1,4170										
5	0,1597	0,4159			1,4172		3,0051	1,41	1,89	3,30					
6	0,1997	0,4175			1,4155		-3,2218	1,62	1,69	3,32					
7	0,2396	0,4178			1,4152										
8	0,2796	0,4179			1,4151		1,4751	0,34	2,14	2,49					
9	0,3195	0,4175			1,4155		-2,4121	0,91	1,57	2,48					
10	0,3594	0,4176			1,4154										
11	0,3994	0,4171			1,4159										

Guardando alle coppie di valori, troviamo una buona corrispondenza tra ogni coppia.

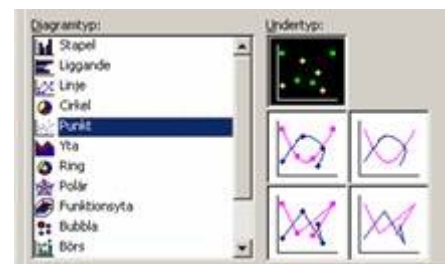
La nostra conclusione è che tra due rimbalzi l'energia è conservata, ciò significa che non ci sono perdite di energia. L'effetto della resistenza dell'aria può essere trascurato con un esperimento accurato.

Vediamo anche che ci sono perdite di energia dal sistema a ogni rimbalzo, esse dipendono dalla deformazione della palla. Parte dell'energia meccanica è trasferita in calore quando la palla rimbalza. La percentuale è circa il 25 % (controllalo !). Una conseguenza di questo è che la temperatura della palla e del piano aumentano.

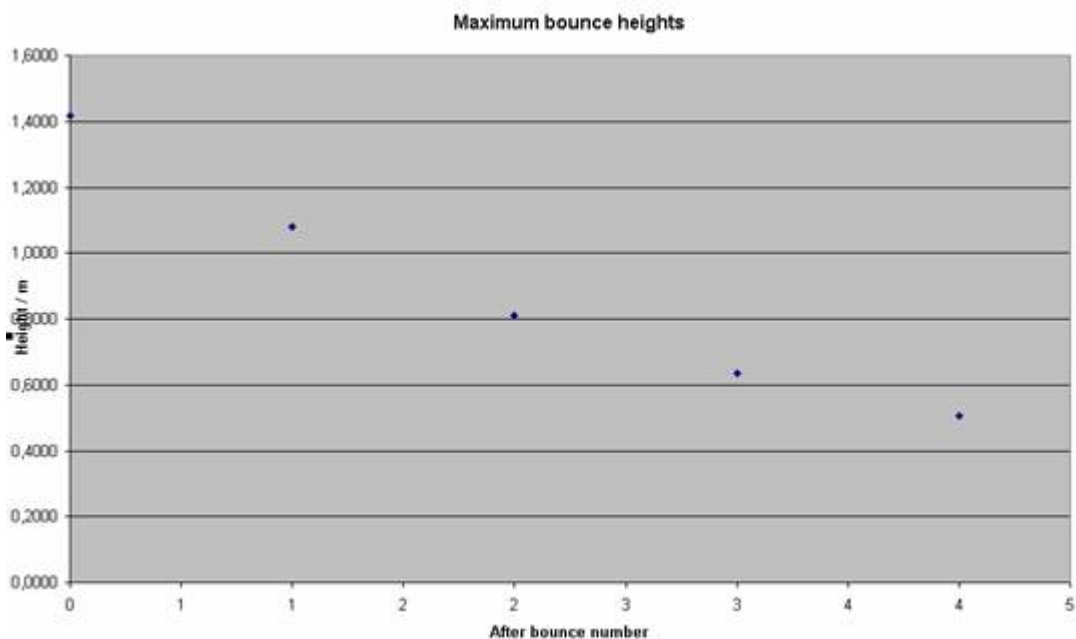
Analisi II: L'altezza dei rimbalzi

I dati delle altezze massime raggiunte sono stati inseriti nelle celle da G13 a H17 della tabella.

Per graficare questi dati usa *Chart wizard*. Il modo per fare un grafico a punti è descritto [qui](#), sezione Come fare uno Scatter plot in Excel ? . Osserva che in questo grafico preferiamo non avere linee che collegano i punti. La scelta desiderata è mostrata nella figura.



Il grafico assomiglierà a questo:



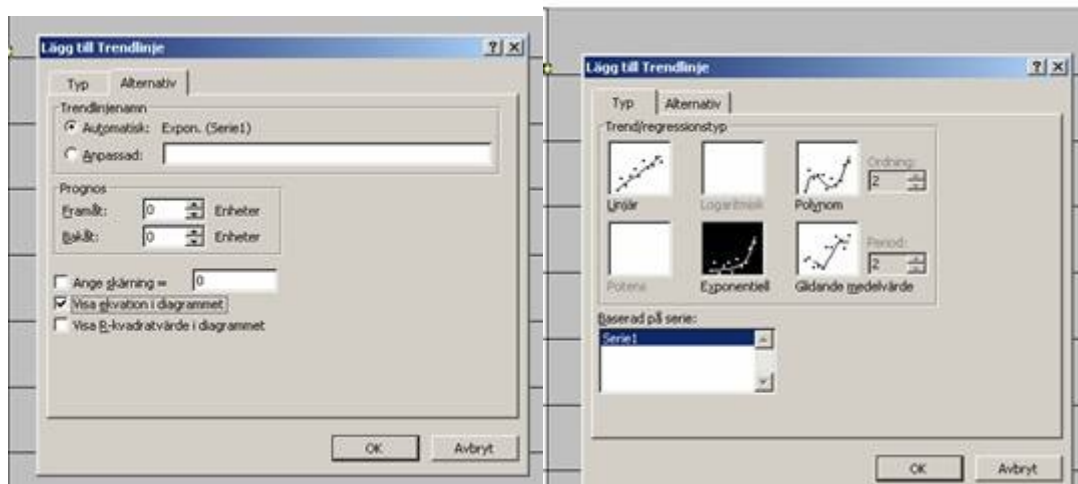
Una curva di interpolazione ragionevole sembra essere la funzione esponenziale.

A destra fai click su uno dei sperimentali sul grafico.

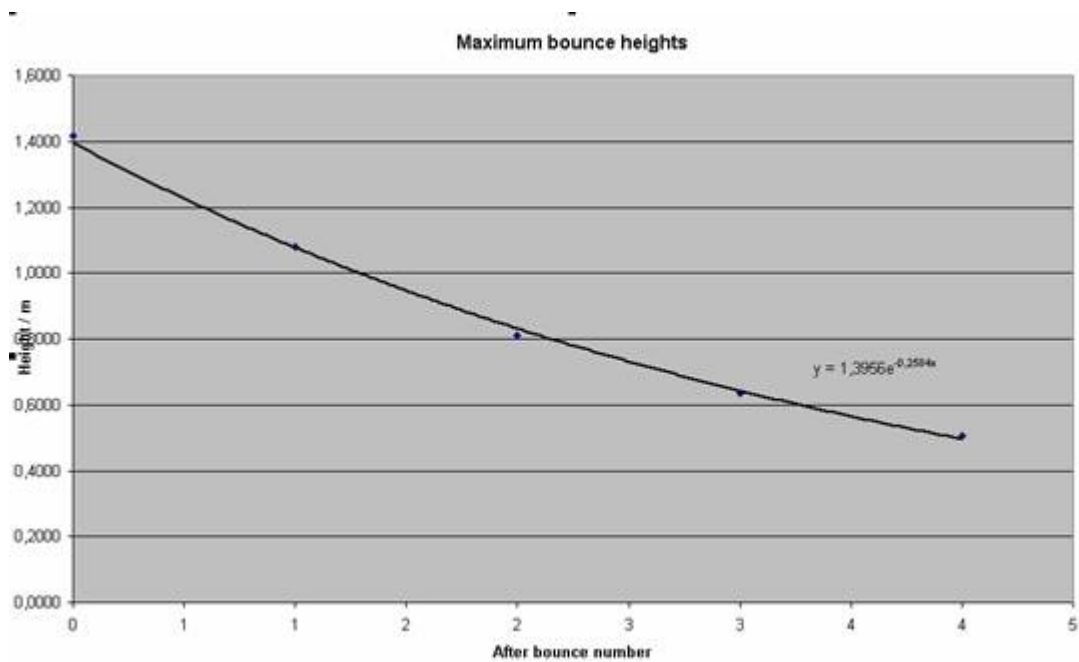
Scegli *Add trend line*. (In figura: "Infoga trendlinje").



Scegli *Type of regression*. In questo caso è ragionevole considerare appropriata un'interpolazione esponenziale (figura sotto a sinistra). Per rendere visibile l'equazione della curva, fai *click* sul menù *Alternative*. Segna la cella che mostra l'equazione (figura sotto a destra).



Ecco che cosa si ottiene:



Si può osservare come la funzione esponenziale approssimi molto bene i dati sperimentali. L'equazione $y = 1.40 \cdot e^{-0.258x}$ dà la seguente informazione:

l'altezza iniziale è 1.40 m.

Dopo ogni rimbalzo successivo la palla raggiunge un'altezza massima che è $e^{-0.258} \approx 0.773$ della precedente.

Poiché l'energia potenziale ha un andamento lineare con l'altezza, $E = m \cdot g \cdot h$. Ciò significa che in ogni rimbalzo si conserva il 77.3 % dell'energia meccanica totale. Un altro modo di esprimere lo stesso fatto è dire che il sistema perde, in ogni rimbalzo, il 22.7 % della propria energia meccanica.

Analisi III: Grafico velocità tempo

Seguendo i passaggi dell'analisi dati abbiamo calcolato le velocità nelle celle F3:F99.

Seleziona queste celle e clicca sull'opzione diagrammi.

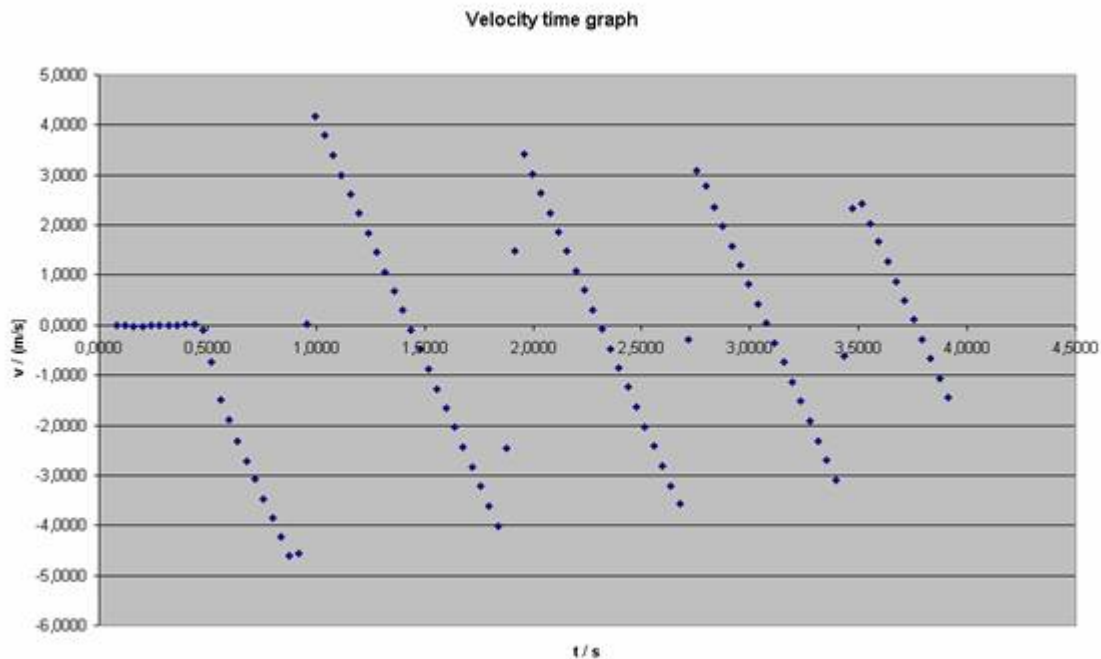
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
	t / s	s / m	mass/kg	Max dist. m	height/m	vel(m/s)	velocity(m/s)	kin en/J	pot en/J	total en/J
1	0,0399	0,4157	0,313	1,8330	1,4173		-2,3154	0,84	3,71	4,55
2	0,0799	0,4161			1,4169	-0,0034	-4,2372	2,81	1,69	4,50
3	0,1198	0,4160			1,4170	0,0034				
4	0,1597	0,4159			1,4172	-0,0189	3,0051	1,41	1,89	3,30
5	0,1997	0,4175			1,4155	-0,0241	-3,2218	1,62	1,69	3,32
6	0,2396	0,4178			1,4152	-0,0051				
7	0,2796	0,4179			1,4151	0,0034	1,4751	0,34	2,14	2,49
8	0,3195	0,4175			1,4155	0,0034	-2,4121	0,91	1,57	2,48
9	0,3594	0,4176			1,4154	0,0052				
10	0,3994	0,4171			1,4159	0,0206				
11	0,4393	0,4160			1,4170	0,0120				
12	0,4792	0,4161			1,4169	-0,0060				
13	0,5192	0,4238			1,4092	-0,7443				
14	0,5591	0,4756			1,3574	-1,4972				
15	0,5990	0,5434			1,2896	-1,8960				
16	0,6390	0,6270			1,2060	-2,3154				
17	0,6789	0,7283			1,1047	-2,7176				
18	0,7188	0,8441			0,9889	-3,0770				
19	0,7588	0,9741			0,8589	-3,4637				
20	0,7987	1,1207			0,7123	-3,8607				
21	0,8387	1,2825			0,5506	-4,2372				
22	0,8786	1,4592			0,3739	-4,6170				
23	0,9185	1,6512			0,1818	-4,9620				
24	0,9585	1,8236			0,0096	0,0136				
25	0,9984	1,6502			0,1829	4,1808				
26	1,0383	1,4897			0,3434	3,8029				
27	1,0783	1,3465			0,4866	3,3919				
28	1,1182	1,2188			0,6143	3,0051				
29	1,1581	1,1065			0,7266	2,6252				
30	1,1981	1,0091			0,8239	2,2298				
31	1,2380	0,9284			0,9046	1,8482				
32	1,2779	0,8615			0,9715	1,4665				
33	1,3178	0,8113			1,0217	1,0676				

After bounce	Height/m
0	1,4169
1	1,0804
2	0,8091
3	0,6357
4	0,5074

Non scordare i valori dell'asse x:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
	t / s	s / m	mass/kg	Max dist. m	height/m	vel(m/s)	velocity(m/s)	kin en/J	pot en/J	total en/J
1	0,0399	0,4157	0,313	1,8330	1,4173		-2,3154	0,84	3,71	4,55
2	0,0799	0,4161			1,4169	-0,0034	-4,2372	2,81	1,69	4,50
3	0,1198	0,4160			1,4170	0,0034				
4	0,1597	0,4159			1,4172	-0,0189	3,0051	1,41	1,89	3,30
5	0,1997	0,4175			1,4155	-0,0241	-3,2218	1,62	1,69	3,32
6	0,2396	0,4178			1,4152	-0,0051				
7	0,2796	0,4179			1,4151	0,0034	1,4751	0,34	2,14	2,49
8	0,3195	0,4175			1,4155	0,0034	-2,4121	0,91	1,57	2,48

E il risultato appare nella pagina seguente:



Il grafico è lineare perchè l'accelerazione non varia mentre la pallina è in volo. Questo significa che la velocità cambia della stessa quantità in ogni intervallo di tempo. Quando la pallina rimbalza la velocità cambia segno e si ha un grande cambiamento in un breve intervallo di tempo, provocato dalla forza impressa dal pavimento. Osserva che ogni rimbalzo fa diminuire leggermente la velocità della pallina dopo che lascia il pavimento perchè, ad ogni rimbalzo, si perde dell'energia meccanica nel grafico. L'intersezione con l'asse x corrisponde a una velocità uguale a zero, cioè quando la pallina è nel punto più alto.

Le parti del grafico rettilinee hanno la stessa pendenza. Durante questo intervallo la palla è in aria solamente sotto l'effetto del suo peso. La pendenza delle rette sarà uguale all'accelerazione dovuta alla gravità. Controllalo!

In questo intervallo quando la velocità cambia segno bruscamente la palla è a contatto col pavimento. L'intervallo è circa 0.1 s.

L'accelerazione media durante il contatto può essere calcolata con la formula riportata a destra. Poiché la massa della palla è circa 313 grammi la forza media risultante il rimbalzo è

$$F_{\text{res}} = 0.313 \cdot 109.5 \text{ N} \approx 34 \text{ N}$$

cioè circa 10 volte il peso della palla. La forza di picco è circa il doppio di questo valore.

Microsoft Excel - Ball_bounce_evaluation

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

Formulas: = (F26-F24)/(A26-A24)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
9	0,3195	0,4175			1,4155	0,0034	-2,4121	0,91	1,57
10	0,3694	0,4176			1,4154	0,0052			
11	0,3994	0,4171			1,4159	0,0206			
12	0,4393	0,4160			1,4170	0,0120			
13	0,4792	0,4161			1,4169	-0,0980			
14	0,5192	0,4238			1,4092	-0,7443			
15	0,5591	0,4756			1,3674	-1,4972			
16	0,5990	0,5434			1,2896	-1,8960			
17	0,6390	0,6270			1,2060	-2,3154			
18	0,6789	0,7283			1,1047	-2,7176			
19	0,7188	0,8441			0,9889	-3,0770			
20	0,7588	0,9741			0,8589	-3,4637			
21	0,7987	1,1207			0,7123	-3,8607			
22	0,8387	1,2825			0,5506	-4,2372			
23	0,8786	1,4592			0,3739	-4,6170			
24	0,9185	1,6512			0,1818	-4,9620			
25	0,9585	1,8236			0,0095	0,0136			
26	0,9984	1,6502			0,1829	4,1808			

Subsequent bounce heights

After bounce	Height in
0	1,4169
1	1,0804
2	0,8091
3	0,6357
4	0,5074

Mean acceleration during 1st bounce: 109,5 m/s²