

Saltando su una bilancia



www.lepla.eu



Obiettivo

In questo esperimento l'obiettivo è lo studio delle forze che agiscono quando una persona fa un salto sul posto, in direzione verticale. Si utilizza un sensore di forza a piatto collegato con un CBL o un LabPro. I dati sperimentali vengono registrati su una calcolatrice e possono essere analizzati sia con la calcolatrice che con il computer.

Contenuti

Apparato Sperimentale e Acquisizione Dati (TI83)

Analisi Dati (TI83)

Analisi Dati (Excel)

Analisi Dati completa (TI83)

Analisi Dati completa (Excel)



Apparato Sperimentale ed Acquisizione Dati

Materiali e Procedura

Vernier Force Plate, CBL o LabPro e TI-83.

- Prima di iniziare l'esperimento accertati che sulla TI83 sia presente il programma [JUMP4S](#). Se non lo hai puoi scaricarlo dal sito o dal CD. Se ne hai bisogno, trovi sul sito una finestra di aiuto.
- Se hai il sensore ma usi un'altra calcolatrice o un'altro software di acquisizione puoi riadattare l'esperimento.
- Sali sulla bilancia
- Avvia il programma JUMP4S e segui le istruzioni sullo schermo. E' importante che stia ben fermo durante la prima parte dell'esperimento. Al momento opportuno la calcolatrice ti chiederà di saltare. Verranno acquisiti 200 valori, con frequenza di 100 punti al secondo.
- Quando l'esperimento è concluso sullo schermo della calcolatrice comparirà un grafico. L'asse verticale riporta il valore della forza (in newton), l'asse orizzontale gli istanti di tempo (in secondi). I valori della forza sono registrati nella lista L2, i tempi nella lista L1. Nella lista L3 si trovano i valori della 'forza netta' esercitata dal saltatore, calcolati sottraendo il peso del saltatore dalle misure della forza. Come si fa a conoscere il peso del saltatore? Come certamente ricorderai, all'inizio dell'esperimento al saltatore viene chiesto di restare fermo sul piatto della bilancia; questo serve proprio a determinare il suo peso.

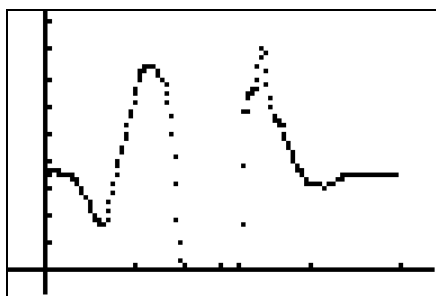
Se non sei in grado di fare l'esperimento sul CD o sul sito puoi trovare i nostri dati sperimentali che puoi trasferire sulla tua TI83 o TI83 Plus.

Analisi Dati (TI 83)

Se ti occorre, troverai qualche suggerimento per l'uso della calcolatrice nei collegamenti evidenziati in colore blu nel CD o sul sito.

1: Discussione della forza che agisce sul dinamometro a piatto

Se non hai potuto fare l'esperimento puoi guardare il nostro [grafico](#).



Esamina il grafico e prova a capire dove si trova la persona che salta nei diversi istanti. Tieni conto che i valori sul grafico riportano le forze che agiscono sul sensore. Di seguito trovi delle domande che potrebbero aiutarti:

- All'inizio del grafico si osserva un 'plateau' ben definito.
Qual'è il valore della forza? qual'è il suo significato?
- Poi si vede una diminuzione.
Sin dove arriva il grafico? qual'è il suo significato?
- Trova il minimo nella prima discesa.
A quale posizione del saltatore corrisponde?
Quali forze agiscono sul saltatore?
- Cerca di individuare in quale istanti il saltatore:
 - arriva alla posizione più bassa, prima di piegare le gambe e saltare in alto.
 - si stacca dalla bilancia.
 - quando riatterra.
- Dopo l'atterraggio la curva non è stabile. Perché?
- Quali forze agiscono sulla persona che salta? Fai degli schizzi con le frecce che indicano le forze quando:
 - 1. Si piega all'inizio.
 - 2. Ha appena lasciato la bilancia.
 - 3. E' in aria e sta salendo.
 - 4. E' appena atterrato sulla bilancia.

2: Discussione sulla forza che agisce sulla persona che salta

Il prossimo passo consiste nel graficare la forza netta che agisce sul saltatore in funzione del tempo.

Se non hai potuto fare l'esperimento puoi guardare il nostro [grafico](#).

Nel punto precedente abbiamo ragionato sulle forze che agiscono ed in tutti e quattro i casi la forza peso era sempre presente. Adesso possiamo esaminare la forza netta, ottenuta sottraendo la forza peso, che è già stata calcolata dal programma e si trova nella lista L3.

Confronta questo grafico con il precedente. Dove si trovano i punti di massimo, di minimo e di zero?

Se non sai come fare il grafico puoi consultare la finestra di aiuto sul sito.

3: Velocità del saltatore

Nel punto precedente abbiamo graficato la forza netta in funzione del tempo. Prima di andare avanti è bene richiamare la definizione di quantità di moto (p):

$$p = m*v$$

ed il teorema dell'impulso

$$Dp = F*Dt$$

Poichè la quantità di moto è il prodotto tra la forza e il tempo, e poichè all'istante iniziale è zero, l'integrale calcolato su un qualsiasi intervallo di tempo della funzione forza-tempo rappresenta la quantità di moto del corpo che si muove in quell'istante. Il grafico però è molto irregolare ed è impossibile trovare una curva in modo analitico. Ciò significa che dobbiamo calcolare l'integrale con un metodo numerico.

Consideriamo la forza come se fosse costante durante ogni breve intervallo di tempo. Questo vuol dire che la variazione della quantità di moto può essere calcolata come $F \Delta t$ in ogni intervallo. L'intervallo di tempo tra due acquisizioni è 1/100 di secondo. Perciò possiamo ottenere la variazione della quantità di moto moltiplicando ogni elemento della lista L3 per 0.01. Se scriviamo $L3*0.01$ STO L4 sulla schermata principale avremo tutti questi valori registrati nella lista L4.

Adesso per ottenere la quantità di moto in ogni istante dobbiamo sommare tutte le variazioni della quantità di moto. All'inizio dell'esperimento il saltatore era fermo e quindi la quantità di moto è 0 kgm/s. Dopo il primo centesimo di secondo la quantità di moto era cambiata di una quantità pari a L4(1). Per il centesimo successivo ($t=0.02$) dobbiamo sommare la variazione in L4(2) e così via. Questo è un esempio di somma cumulata di termini che si ottiene automaticamente sulla calcolatrice con il comando CumSum. Il modo più semplice per fare questa operazione è di cercare il comando nel catalogo delle funzioni e quindi scrivere CumSum L4 STO L4 sulla schermata principale; in tal modo nella lista L4 ora non avremo più le variazioni della quantità di moto ma i suoi valori. (abbiamo salvato sulla stessa lista perché più tardi avremo la necessità di altre due liste L5 ed L6).

Se vuoi puoi visualizzare il grafico della quantità di moto in funzione del tempo utilizza le liste L1 ed L4.

A partire dalla quantità di moto è abbastanza semplice calcolare la velocità istante per istante. Come abbiamo visto infatti la quantità di moto è definita come

$$p = m*v$$

La forza peso del saltatore è stata misurata all'inizio dell'esperimento ed è stata registrata nella variabile F. Per ricavare la massa dobbiamo semplicemente dividere F per il valore dell'accelerazione di gravità 9.82 m/s^2

La lista L4 contiene i valori della quantità di moto; se scriviamo

$L4/(F/9.82)$ STO L4

avremo nella lista L4 i valori della velocità.

Fai un grafico della velocità in funzione del tempo e cerca di interpretarne le varie parti. Quindi confrontalo con il grafico della forza.

Se non hai potuto fare l'esperimento puoi guardare il nostro [grafico](#).

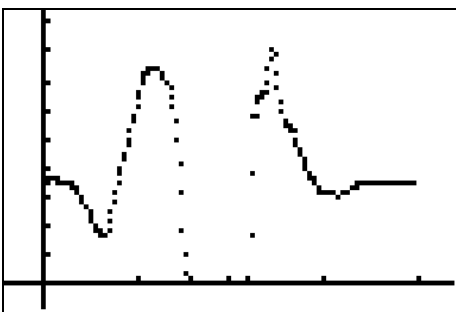
- Individua gli istanti in cui la velocità è nulla. Dove si trova il saltatore in questi istanti? Torna indietro al primo grafico della forza in funzione del tempo. Avevi individuato correttamente i punti?
- Nella parte centrale si osserva una zona lineare. Cosa significa? Puoi fare delle ipotesi sul valore della sua pendenza? Puoi usare il comando SELECT per studiare una porzione di grafico. Usa una [regressione lineare](#) per trovare il valore della pendenza della retta. E' quello che ti aspettavi?

Quando hai finito la tua analisi se vuoi puoi confrontarla con la nostra [analisi completa](#).

Analisi Dati completa (TI 83)

Discussione della forza che agisce sul dinamometro a piatto

Il grafico ottenuto con i dati disponibili anche su questo sito è questo:



All'inizio si osserva un 'plateau' che corrisponde al periodo di tempo in cui la persona è ferma ed in piedi. La forza che agisce sul sensore corrisponde alla forza peso esercitata dalla persona. Grazie al software che governa l'esperimento il suo valore è registrato nel registro F della calcolatrice. In questo caso abbiamo 887N che corrispondono ad una massa di circa 90.3Kg

Quindi nel grafico si osserva una diminuzione che corrisponde alla fase in cui il saltatore si piega sulle ginocchia. La forza che agisce sul sensore a piatto diminuisce in corrispondenza ad una diminuzione dell'accelerazione. Il valore minimo è di 421N, il che significa che la forza netta è di

466N ($887\text{N} - 421\text{N} = 466\text{N}$). In questa fase la persona accelera verso il basso con una accelerazione pari a

$$a = 466 / 90.3 \text{ m/s}^2 \approx 5.2 \text{ m/s}^2.$$

Adesso il saltatore inizia a staccarsi dal piatto, ma continua ad accelerare verso il basso. Osserva che nel punto in cui la forza è di nuovo di 887N corrisponde all'istante in cui l'accelerazione è nulla. In questo momento si trova ancora in basso. Infatti la sua velocità negativa raggiunge il suo valore massimo.

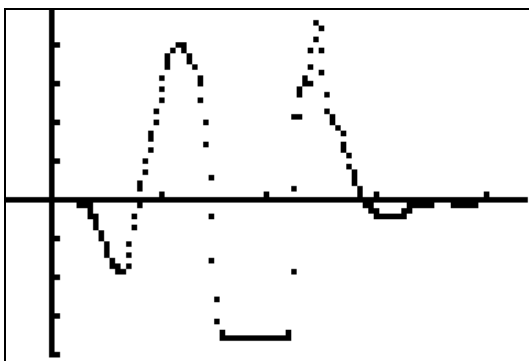
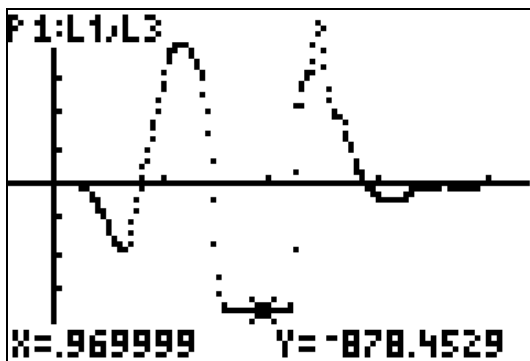
Il valore massimo della forza arriva a 1870N che corrisponde ad una accelerazione verso il basso maggiore di 10 m/s^2 , che corrisponde al valore dell'accelerazione di gravità, g .

Dopo di che la forza diminuisce sino a quando il saltatore non perde contatto con il piatto, a circa 0.79s. Da questo momento e sino al tempo $t = 1.10\text{s}$ egli si trova in aria. Il volo dura 0.31s.

Al tempo 1.10s avviene l'atterraggio. La persona rientra in contatto con il piatto, come si può vedere dai dati. Il valore della forza raggiunge il suo massimo a circa 2000N nell'istante di tempo $t = 1.23 \text{ s}$. Poi diminuisce sino a stabilizzarsi intorno ad un valore ben definito, la forza peso della persona. Le oscillazioni sono dovute alla molla che sta all'interno della bilancia a piatto.

Discussione sulla forza che agisce sulla persona che salta

Ti suggeriamo ora di considerare la forza netta che agisce sul saltatore. Come si può facilmente immaginare il grafico ha esattamente lo stesso andamento del precedente; è solo traslato verticalmente.



Si osserva che la forza netta è nulla all'inizio e alla fine del grafico e negli istanti di tempo 0.40s, 0.73s e 1.12s. Possiamo determinare questi valori spostandoci sul grafico ed utilizzando la funzione TRACE della calcolatrice.

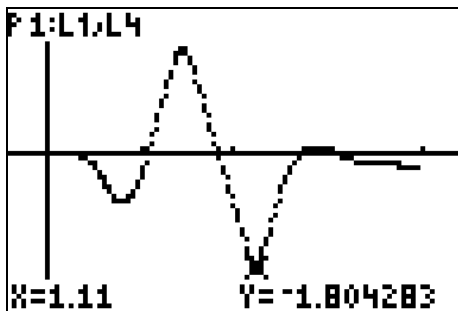
I valori minimi per la forza si ottengono a 0.33s e nell'intervallo 0.79s - 1.10s. Il primo valore si ha quando le ginocchia si piegano e l'intervallo corrisponde a quando il saltatore sta per staccarsi dalla pedana. Quando la forza netta è di 880N, valore prossimo ai -887N del grafico è la forza di gravità che agisce sulla persona. L'accelerazione è $a = 880 / 90.3 \text{ m/s}^2 \approx 9.7 \text{ m/s}^2$.

Durante l'atterraggio si osserva un massimo a 1120N. L'accelerazione, oltre g , che agisce sul saltatore è di $a = 1120 / 90.3 \text{ m/s}^2 = 12.4 \text{ m/s}^2$.

Velocità del saltatore

All'inizio il saltatore è fermo. Quindi la sua velocità e la sua quantità di moto sono nulle. La variazione di quantità di moto in un intervallo è pari all'impulso della forza che agisce sul corpo in quell'intervallo. Abbiamo i valori della forza netta nella lista L_3 e l'intervallo di tempo è di 0.01. La variazione si calcola quindi moltiplicando il valore della forza netta per 0.01, come abbiamo già detto.

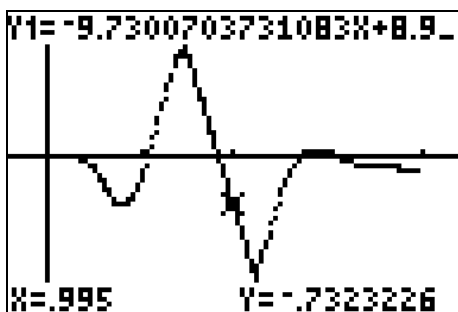
Se sommiamo tutte le variazioni sino ad un certo istante di tempo possiamo trovare la quantità di moto in quell'istante. La calcolatrice ci permette di fare questo calcolo utilizzando il comando CUMSUM come abbiamo già spiegato nella pagina precedente. Così si ottiene una lista con la quantità di moto del corpo istante per istante. Dividendo per il valore della massa si ottengono, istante per istante, i valori della velocità. Il grafico è questo:



Si può osservare che la velocità minima è a $t = 0.40 \text{ s}$. Ciò corrisponde all'istante in cui la forza netta è nulla.

A $t = 0.79 \text{ s}$ il saltatore si stacca dal piatto e resta in aria per 0.31s. Nel grafico osserviamo una linea retta. Questo corrisponde al fatto che la sola forza che agisce sulla persona è la forza di gravità e che quindi egli si muove di moto accelerato.

Per trovare la pendenza della parte lineare dobbiamo prima isolarla col comando SELECT e quindi fare una fit and make a [regressione lineare](#) sulla parte selezionata. Otteniamo un grafico tipo questo, dove è visibile anche il valore della pendenza,



che risulta essere -9.73 m/s^2 , che è un valore ragionevolmente vicino al valore aspettato di 9.82 m/s^2 .

E' interessante anche osservare che la velocità di 'decollo' è minore di quella di atterraggio (1.67 m/s contro 1.80 m/s). Ciò probabilmente dipende dal modo in cui si salta e in cui si atterra. Quando si 'decolla' si è in posizione verticale, le gambe sono allungate ed i piedi toccano appena la pedana. Quando si 'atterra' si cerca di farlo dolcemente, piegando le ginocchia. Ciò fa sì che l'atterraggio duri un po' di più del decollo; c'è più tempo per accelerare e perciò si raggiunge una velocità superiore.

Analisi Dati (con MS Excel)

I dati di questo esperimento (i valori della forza) sono stati trasferiti su un foglio di calcolo Excel usando un cavo Graph Link. Puoi prelevare il documento dal sito o dal CD.

I tempi (in secondi) sono nella colonna A, i valori della forza che agisce sul sensore (in newton) sono sulla colonna B. Nella colonna C si trovano i valori della forza netta cui è sottoposta la persona che salta, ottenuti dai precedenti sottraendo la sua forza peso.

Costruisci il grafico a dispersione (scatter plot) della forza (colonna B) in funzione del tempo.

Se hai bisogno di aiuto puoi consultare la finestra [Come fare un grafico a dispersione in Excel?](#) dove però trovi un grafico costruito con altri dati.

1: Discussione della forza che agisce sul dinamometro a piatto

Esamina il grafico e prova a capire dove si trova la persona che salta nei diversi istanti. Tieni conto che i valori sul grafico riportano le forze che agiscono sul sensore. Di seguito trovi delle domande che potrebbero aiutarti:

- All'inizio del grafico si osserva un 'plateau' ben definito.
Qual'è il valore della forza? qual'è il suo significato?
- Poi si vede una diminuzione.
Sin dove arriva il grafico? qual'è il suo significato?
- Trova il minimo nella prima discesa.
A quale posizione del saltatore corrisponde?
Quali forze agiscono sul saltatore?
- Cerca di individuare in quale istanti il saltatore:
 - arriva alla posizione più bassa, prima di piegare le gambe e saltare in alto.
 - si stacca dalla bilancia.
 - quando riatterra.
- Dopo l'atterraggio la curva non è stabile. Perché?
- Quali forze agiscono sulla persona che salta? Fai degli schizzi con le frecce che indicano le forze quando:
 - 1. Si piega all'inizio.
 - 2. Ha appena lasciato la bilancia.
 - 3. E' in aria e sta salendo.
 - 4. E' appena atterrato sulla bilancia.

Discussione sulla forza che agisce sulla persona che salta

Il prossimo passo consiste nel graficare la forza netta che agisce sul saltatore in funzione del tempo. Se non sai come fare il grafico quando le colonne dei dati non sono adiacenti, fai click [qui](#).

Confronta questo grafico con il precedente. Dove si trovano i punti di massimo, di minimo e di zero? Concentrati sull'accelerazione. Secondo la seconda legge di Newton $F = m \cdot a$ e l'accelerazione ha sempre la stessa direzione della forza netta!

Osserva quali sono gli istanti in cui la forza netta è massima, nulla e minima.

3: Velocità del saltatore

In accordo con la seconda legge di Newton, che può essere scritta come

$$F \cdot \Delta t = \Delta(m \cdot v)$$

l'impulso che agisce sul corpo, $F \cdot \Delta t$ è uguale alla variazione della quantità di moto $\Delta(mv)$.

Poiché la quantità di moto è il prodotto tra la forza e il tempo, e poiché la quantità di moto iniziale del saltatore è zero, l'integrale calcolato su un qualsiasi intervallo di tempo della funzione forza-tempo rappresenta la quantità di moto del corpo che si muove in quell'istante. Allora è anche possibile calcolare la somma di questi valori. Cosa si può dire sulla velocità? Sappiamo che all'inizio la quantità di moto è nulla perché è nulla la velocità. Sommando tutte le variazioni possiamo calcolare il suo valore istante per istante.

* Calcola la massa della persona. Dividendo la quantità di moto per questo valore puoi trovare la velocità. Trovi dei suggerimenti [qui](#). Costruisci il grafico della velocità in funzione del tempo.

* Confrontalo con quello relativo alla forza, cercando di individuare gli stessi istanti sui quali avevi prestato attenzione nella sezione precedente.

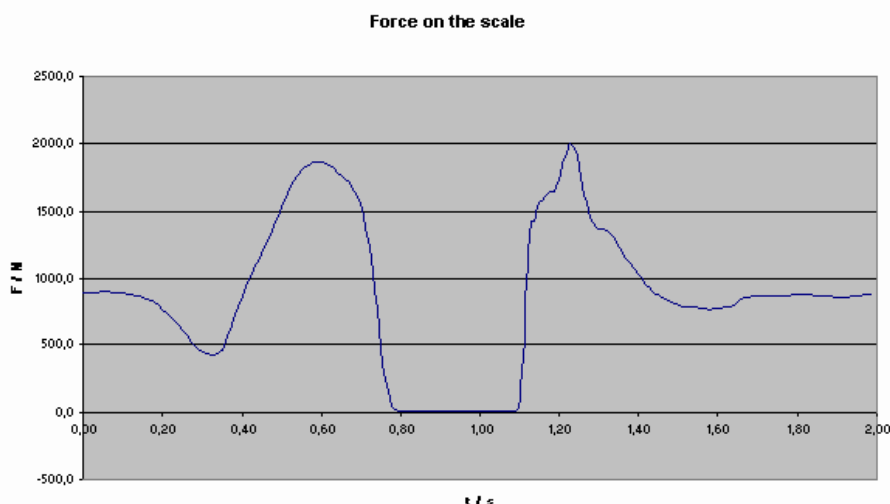
* Come mai una parte del grafico della velocità è lineare? Determina la pendenza. Quali sono le tue conclusioni? Quale valore ha la forza? Spiega perché!

Quando hai finito la tua analisi se vuoi puoi confrontarla con la nostra [analisi completa](#).

Analisi Dati completa (Excel)

Qui puoi vedere il risultato di un salto. All'inizio si osserva un 'plateau' che corrisponde al periodo di tempo in cui la persona è ferma ed in piedi. Come si vede dalla colonna B del foglio di calcolo i valori oscillano tra 880 ed 890 newton. Il valor medio è 887N che corrisponde ad una massa di circa 90.3Kg

Quindi il saltatore si piega sulle ginocchia. La forza che agisce sul sensore a piatto diminuisce perché c'è una accelerazione verso il basso.



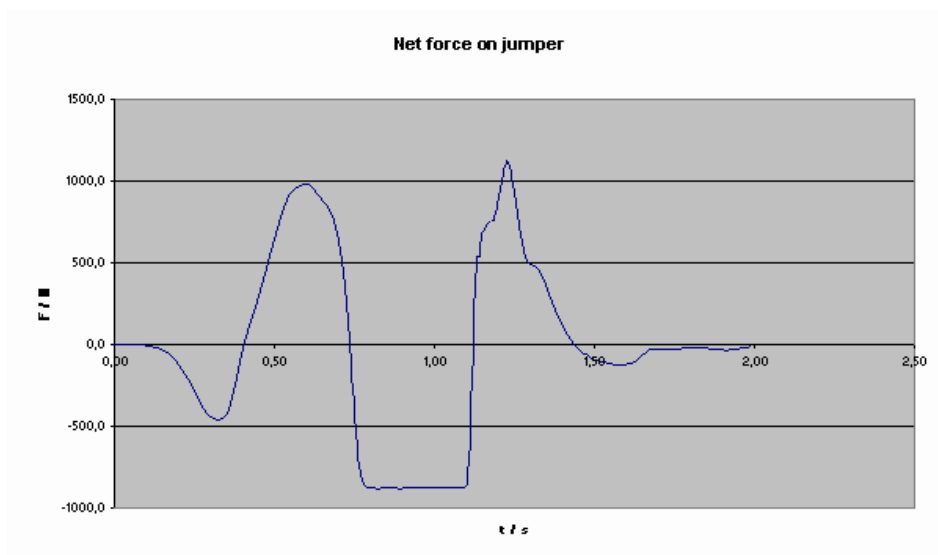
Si può determinare il valore minimo della forza sia dal grafico che dalla tabella. Nel nostro caso il minimo è 421 N al tempo $t=0.33$ s. Poiché la persona esercita una forza di 421 N verso il basso, il sensore, a sua volta, esercita una forza di 421 N verso l'alto. Perciò la forza risultante netta sul saltatore è di $887 \text{ N} - 421 \text{ N} = 466 \text{ N}$ verso il basso. La persona quindi accelera verso il basso con una accelerazione pari a $a = 466/90.3 \text{ m/s}^2 \approx 5.2 \text{ m/s}^2$.

Ora la persona preme sul piatto del sensore sino ad esercitare una forza di circa 1870 N a tempo $t = 0.59$ s. Quindi la forza diminuisce sino a zero al tempo $t = 0.79$ s. Questo è l'istante in cui si perde il contatto con il suolo. Da questo momento il saltatore si trova in aria sino al tempo $t = 1.10$ s. Il volo dura quindi 0.31 s.

Ma torniamo un attimo all'intervallo di tempo tra 0.33s e 0.79 s. Per due volte la forza sul piatto eguaglia il peso della persona. In questi istanti la forza netta sul saltatore è zero e l'accelerazione cambia di direzione proprio in questi istanti. A $t = 0.40$ s l'accelerazione passa da negativa a positiva e al tempo $t = 0.73$ accade il contrario. questo è un fatto interessante perché ci dà informazioni sulla velocità massima in salita ed in discesa. Torneremo più tardi su questo punto.

Al tempo $t = 1.10$ s c'è l'atterraggio. La persona rientra in contatto con il piatto. Il valore massimo raggiunge circa 2000 N al tempo $t = 1.23$ s. Dopo di che ci sono delle oscillazioni finali sino ad arrivare ad un valore finale che corrisponde al peso della persona. Le oscillazioni sono dovute alle molle sulle quali è montato il piatto del dinamometro.

Il prossimo passaggio consiste nel calcolare il valore della forza netta sul saltatore. e' facile immaginare che otterremo un grafico con lo stesso andamento del precedente, ma traslato.



La forza netta è nulla all'inizio, al tempo $t = 0.40$ s, $t = 0.73$ s e $t = 1.12$ s. Questi valori possono essere ricavati sia dal grafico che dalla colonna C del foglio di calcolo.

Il valore minimo della forza si ha al tempo $t = 0.33$ s ed anche nell'intervallo da 0.79 s a 1.10 s. Il primo valore corrisponde a quando il saltatore si piega sulle ginocchia, il secondo corrisponde a quando si trova in volo. La forza netta risulta -887 N, cioè una forza verso il basso di 887 N, che è la forza di gravità che agisce sulla persona. L'accelerazione del saltatore è diretta verso il basso ed è $a = 887/90.3 \text{ m/s}^2 \approx 9.82 \text{ m/s}^2$. Questo risultato non deve sorprenderci, dal momento che la massa stata calcolata dividendo per 9.82 .

Il massimo della forza netta si raggiunge durante l'atterraggio ed è pari a 1120 N al tempo $t = 1.23$ s. In questo momento si ha un'accelerazione diretta verso il basso di

$$a = 1120/90.3 \text{ m/s}^2 \approx 12.4 \text{ m/s}^2.$$

Analisi della velocità

All'inizio il saltatore è fermo; la sua velocità e la sua quantità di moto sono quindi nulle.

Usando il teorema dell'impulso si può calcolare la variazione della quantità di moto in un dato intervallo di tempo.

I valori della forza netta sono nella colonna C. Nella cella D2 possiamo calcolare la variazione di quantità di moto nei primi 0.01 secondi digitando la formula $=C2*0,01$ in D2.

Copiando in basso questa formula otteniamo le variazioni di quantità di moto istante per istante.

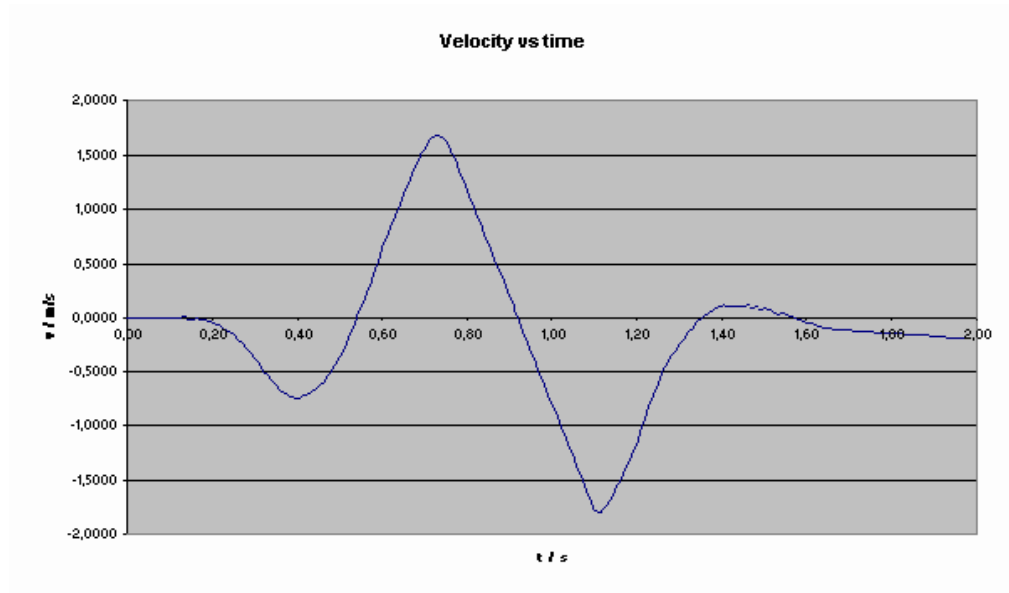
Sommando il primo ed il secondo valore otteniamo il valore totale dell'impulso nei primi 0.02 secondi; possiamo ottenere direttamente questo valore perché conosciamo il valore iniziale, che è 0 kgm/s . In modo analogo possiamo ottenere il valore dell'impulso istante per istante.

Calcoliamo nella cella E2 il primo valore della quantità di moto digitando la formula $=D2+0$ in questa cella. Ovviamente anche in questo caso otteniamo zero, il che non fa altro che rendere esplicito il fatto che anche per questa grandezza il valore iniziale è zero.

Digitiamo la formula $=E2+D3$ nella cella E3. Copiando in basso nella colonna E otteniamo istante per istante il valore della quantità di moto.

La massa della persona è 90.3 kg. Se dividiamo i valori della quantità di moto per questo valore otteniamo la velocità. Possiamo scrivere la formula nella cella F2 e copiare in basso.

Con questi dati possiamo costruire il grafico della velocità in funzione del tempo.



Il valore minimo si ha ad tempo $t = 0,40$ s, che corrisponde ad un valore netto della forza pari a zero ed al momento in cui essa cambia verso dal basso verso l'alto. Il valore massimo della velocità è a $t = 0,73$ s e corrisponde ancora ad un istante in cui la forza è nulla e in cui si ha la variazione inversa, dall'alto verso il basso.

Pochi istanti tempo dopo a $t = 0,79$ s il saltatore lascia il suolo e si trova in volo sino a $t = 1,10$ s. In questo intervallo di tempo la sola forza che agisce sul saltatore è la forza di gravità. Essa è costante e quindi il moto è uniformemente accelerato. Il grafico velocità-tempo è lineare.

Per trovare la pendenza di questa porzione di grafico puoi usare la colonna G. Partendo dalla cella G82, che corrisponde a $t = 0,74$ s, possiamo digitare la formula $=(F82-F81)/0.01$ e quindi copiarla in basso sino al tempo $t = 1,10$ s, cioè sino alla cella F112.

Se calcoliamo il valor medio otteniamo 9.7 m/s^2 .

Una osservazione interessante è che, in valore assoluto, la velocità di decollo è un po' inferiore a quella di atterraggio. Questo è spiegabile con la diversa piegatura delle gambe nei due casi.