

Układ RC – ładowanie kondensatora

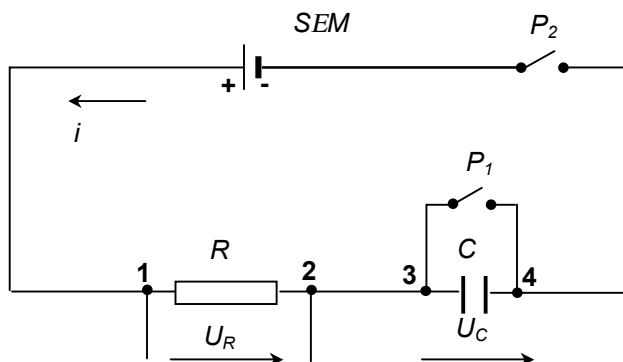
Cele

Zbadanie procesu ładowania kondensatora w szeregowym obwodzie RC.
Wyznaczenie stałej czasowej obwodu i obliczenie ładunku zgromadzonego w kondensatorze.

Opis zjawiska

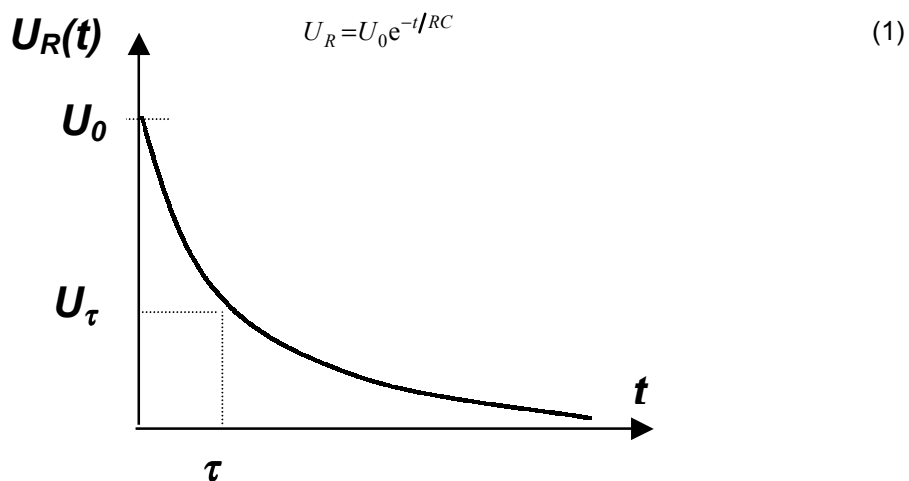
Rysunek 1. przedstawia schemat badanego obwodu RC. W trakcie ładowania kondensatora podłączonego do źródła napięcia stałego poprzez szeregowo włączony opornik natężenie prądu w obwodzie, napięcie i ładunek na kondensatorze ulegają zmianom w czasie. Początkowo kondensator jest nienaładowany i zamknięcie obwodu w chwili $t = 0$ wywołuje przepływ prądu ładującego go. Początkowa wartość napięcia na kondensatorze wynosi $U_C = 0$, spadek potencjału na oporniku jest równy napięciu źródła a prąd początkowy – i_0 .

W trakcie ładowania kondensatora napięcie na jego okładkach rośnie a różnica potencjałów na oporniku maleje, odpowiednio do malejącego natężenia prądu w obwodzie. Po pewnym czasie kondensator zostaje prawie całkowicie naładowany, prąd spada do zera podobnie jak napięcie na oporniku. Różnica potencjałów na okładkach kondensatora jest równa napięciu pomiędzy zaciskami źródła.



Rys. 1. Obwód RC

Napięcie na oporniku U_R w funkcji czasu opisywane jest następującą zależnością wykreśloną na rys. 2.:



Rys. 2. Zależność napięcia na oporniku, U_R , od czasu

Dla chwili czasu $t = \tau = RC$ wartość napięcia maleje e razy względem wartości początkowej:

$$U_{\tau} = U_0 e^{-1} \approx 0,37 U_0 . \quad (2)$$

Ten charakterystyczny dla danego obwodu RC odstęp czasu nosi nazwę stałej czasowej lub czasu relaksacji obwodu τ .

Ładunek dostarczony do kondensatora w czasie t_k można określić z natężenia prądu $i = U_R / R$:

$$Q = \int_{t_0}^{t_k} i dt = \frac{1}{R} \int_{t_0}^{t_k} U_R dt . \quad (3)$$

Tak więc z przebiegu zależności $U_R(t)$ można wyznaczyć podstawowe parametry obwodu RC: stałą czasową, całkowity ładunek kondensatora, nieznaną wartość R lub C .

W doświadczeniu obserwacja przebiegu napięcia w czasie odbywa się przy użyciu przetwornika analogowo cyfrowego CBL (Calculator Base Laboratory) kontrolowanego przez programowalny kalkulator graficzny TI 83, przy pomocy którego można dokonać także wszystkich potrzebnych obliczeń i analiz. (podstawy obsługi kalkulatora opisane są w oddzielnej instrukcji).

Opis układu pomiarowego.

W skład zestawu wchodzi: obwód szeregowo połączonych kondensatora, opornika i źródła napięcia stałego, kalkulator graficzny TI 83, stacja pomiarowa CBL (Calculator Based Laboratory) z sondą napięciową.

Przygotowanie zestawu pomiarowego

1. Podłączyć interfejs CBL do kalkulatora graficznego TI 83
2. Podłączyć kabel pomiarowy (sondę napięciową) do gniazda oznaczonego jako CH1 w obudowie CBL.
3. Podłączyć zaciski sondy pomiarowej do wyjść (1) i (2) układu RC (przestrzegać zachowania polaryzacji: czarna końcówka musi być podłączona do punktu o niższym potencjale).
4. Uruchomić CBL i kalkulator.

Kalibracja sondy pomiarowej

1. Końcówki sondy podłączyć do wyjść (1) i (2) układu RC.
2. Uruchomić program **ARC**
3. [ENTER] [ENTER] [ENTER]
4. Podać numer kanału, do którego jest podłączona sonda: **1**
5. Wybrać opcję 1: nowa kalibracja
6. Postępować zgodnie z wyświetlonymi wskazówkami: wprowadzić pierwszą wartość kalibracji : **0.0**
7. Odłączyć jedną z końcówek sondy od układu i przystąpić do drugiego etapu kalibracji. Wprowadzić drugą wartość kalibracji: **2.0**
(Uwaga: niezerowa wartość napięcia dla rozwartych końcówek sondy wynika z zasady funkcjonowania sondy i jest podawana przez producenta jako **2.0**).

W rezultacie zakończonego procesu kalibracji (kalibracja dwupunktowa) program określi i prześle do interfejsu CBL równanie kalibracji (**EQ1**).

Pomiar właściwy

1. Dobrać czas próbkowania tak by przy liczbie 100 próbek optymalnie objąć interesujący nas przedział czasowy zmian napięcia. Założyć, że wartość oporności jest nie większa niż 100 kΩ a pojemność kondensatora wynosi 0,47 μF.
2. Wprowadzić wartość odstępu próbkowania.
3. Sprawdzić podłączenie końcówek sondy do punktów (1) i (2).

```

**CALIBRATION**
1:PERFORM NEW
2:MANUAL ENTRY
3:USE STORED
    
```

```

1
USE [CH VIEW]
BUTTON ON CBL TO
MONITOR VOLTAGE.
WHEN STABLE PUSH
CBL [TRIGGER].
ENTER REFERENCE:
0.0
    
```

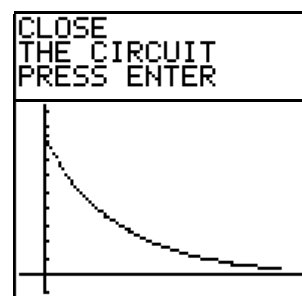
```

2
USE [CH VIEW]
BUTTON ON CBL TO
MONITOR VOLTAGE.
WHEN STABLE PUSH
CBL [TRIGGER].
ENTER REFERENCE:
2.0
    
```

```

GIVE TIME
INTERVAL
?.001
    
```

4. Rozładować kondensator naciskając przez chwilę przycisk klucza **P₁**. Potwierdzić klawiszem [ENTER]
5. Zamknąć na chwilę obwód naciskając przycisk klucza **P₂**. Potwierdzić klawiszem [ENTER]. Zebrane dane zostaną przesłane do kalkulatora, zapisane w postaci list a następnie automatycznie utworzony zostanie wykres zależności napięcia **U_R** na oporniku od czasu.
6. Zakończyć program **ARC** [ENTER][CLEAR][CLEAR]



Przegląd i zapis danych.

1. Przywrócić otworzony wykres zależności **U_R(t)** naciskając klawisz [GRAPH]
2. Zbadać zakres uzyskanych wartości eksperymentalnych posługując się opcją śledzenia wykresu [TRACE]. Dla zachowania danych w celu analizy poza laboratorium zanotować w odpowiedniej tabeli wartości współrzędnych (czas [s]; napięcie [V]) dla co najmniej 25 punktów wykresu.

Dane eksperymentalne zachowane są w kalkulatorze w postaci list, do których dostęp uzyskuje się przez sekwencje klawiszy: [STAT][1]. W liście **L₁** znajdują się wartości czasu a w liście **L₂** napięcia **U_R**.

L1	L2	L3	1
0	8.7754		
.001	8.2783		
.002	7.9006		
.003	7.6023		
.004	7.324		
.005	7.0854		
.006	6.8468		

L1(1)=0

Analiza i obliczenia

A. Określenie stałej czasowej obwodu na podstawie analizy wykresu.

Określić współrzędną **t** punktu wykresu, którego współrzędna **U** jest najbliższa wartości wynikającej z definicji stałej czasowej obwodu τ .

Wskazówka:

Posłużyć się funkcją śledzenia wykresu [TRACE]. Wywołanie wykresu: [GRAPH]

B. Wyznaczenie stałej czasowej τ obwodu w drodze analizy numerycznej danych eksperymentalnych.

Stałą czasową τ obwodu RC można uzyskać w drodze analizy funkcji regresji zlinearyzowanej postaci zależności czasowej napięcia (wzór (1)).

Wskazówki:

1. Operacje na danych zgromadzonych w listach **L₁** (czas) i **L₂** (napięcie) można wykonywać globalnie. Np. Uzyskanie wartości logarytmów naturalnych z wartości napięcia **ln(U)** (napięcie w liście **L₂**) i zapisanie nowych wartości w liście **L₃** można uzyskać przez sekwencję:

[LN] [2nd] [2] [] [STO] [2nd] [3]

Obliczone wartości umieszczone zostają w liście **L₃**, co można sprawdzić przez: [stat] [STAT] [1].

2. Równanie regresji liniowej $y = ax + b$ dla danych dla danych zgromadzonych w listach np. **x** w **L₁** i **y** w **L₃** uzyskuje się przez wprowadzenie:

[STAT] [4]

[2nd] [1] [] [2nd] [3] [] [VARS] [] [1] [1] [ENTER]

W rezultacie wyświetlane są wartości współczynników równania prostej regresji oraz współczynnika korelacji **r** i determinacji **r²**. Wyznaczona postać funkcji **y(x)** zostaje zapamiętana jako funkcja **Y₁**.

3. Dostęp do postaci analitycznej funkcji **Y₁** uzyskuje się przez niebieski klawisz [Y=]

4. W celu utworzenia wykresu zlinearyzowanej zależności należy przededefiniować wykres, tak by teraz wyświetlał dane z list **L₁** i **L₃**. Zmianę definicji wykresu uzyskuje się poprzez:

[2nd] [Y=] [1]

A zmianę opcji **Ylist** na **L₃** ([2nd] [3])

ln(L2)→L3
(2.171952352 2...

LinReg(ax+b) L1,
L3,Y1

LinReg
y=ax+b
a=-32.57853464
b=2.144587692
r²=.999672323
r=-.9998361481

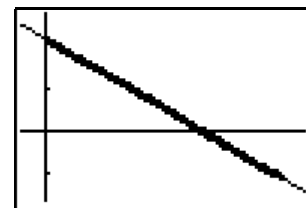
Plot1 Plot2 Plot3
Y1=-32.57853463
5401X+2.14458769
20616
Y2=
Y3=
Y4=
Y5=

Plot1 Plot2 Plot3
On Off
Type: [] [] []
Xlist:L1
Ylist:L3
Mark: [] [] []

5. Wyświetlenie nowego wykresu można uzyskać przez sekwencję: [ZOOM][9]

Najpierw na wykresie pojawiają się punkty o współrzędnych z list L_1 i L_3 a następnie wykreślona zostaje linia regresji.

Wobec dużej ilości punktów pomiarowych i ograniczonej rozdzielczości ekranu mogą wystąpić trudności w rozróżnieniu obu linii od punktów. Można to nieco poprawić zmieniając w definicji wykresu (patrz wyżej tryb wyświetlania punktu np. krzyżyk.



C. Wyznaczenie wartości oporności R na podstawie wartości stałej czasowej obwodu i znanej pojemności $C = 0,47 \mu F$

Wskazówka:

Odczyt wartości współczynnika kierunkowego wyznaczonej wcześniej prostej regresji dokonuje się przez sekwencję:

[VARS][5][>][>][2][ENTER]

D. Wyznaczenie ładunku zgromadzonego na kondensatorze

Do wyznaczenia ładunku zgromadzonego w czasie t można wykorzystać równanie (3). Wymaga to jednak utworzenia postaci analitycznej funkcji $U_R(t)$ – równanie (1), którego stałe parametry: U_0 i $1/RC$ można określić na podstawie uzyskanych danych eksperymentalnych w drodze analizy regresji.

Wskazówki:

Tworzenie i zapisanie w kalkulatorze odpowiednika postaci funkcji (1) z wykorzystaniem parametrów regresji liniowej ($\ln U = \ln U_0 - t/RC$):

$$U_R = e^b e^{at} \quad \text{gdzie } b = \ln U_0; a = -1/RC$$

Kolejność czynności:

1. otworzyć edytor funkcji: [Y=]
2. w linii definicji funkcji Y_2 wprowadzić:

[2nd][LN][VARS][5][>][>][3][)][*] ä $(U_0 = e^b)$

[2nd][LN][VARS][5][>][>][2][X,Y,Θ,n][)] (e^{at})

```

VARS Y-VARS
1:Window...
2:Zoom...
3:GDB...
4:Picture...
5:Statistics...
6:Table...
7:String...
    
```

```

Plot1 Plot2 Plot3
V1=-32.57853463
5401X+2.14458769
20616
V2=e^(b)*e^(aX)
V3=
V4=
    
```

3. W uzupełnieniu należy wyłączyć kreślenie funkcji Y_1 poprzez umieszczenie kursora na znaku równości w linii tej funkcji i zmianę statusu (zaczerniania pola) przez klawisz [ENTER]

Utworzenie wykresu utworzonej funkcji Y_2 łącznie wyjściowymi danymi eksperymentalnymi $U(t)$ można uzyskać zmieniając ponownie definicję wykresu

przez umieszczenie w linii **Ylist** listy L_2 :

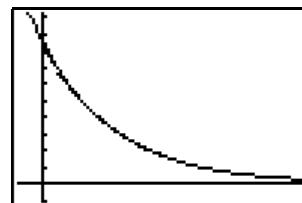
[2nd][Y=][1]

Wyświetlenie wykresu z danymi eksperymentalnymi i naniesioną funkcją analityczną uzyskuje się przez:

[ZOOM][9]

```

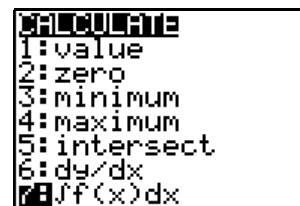
Plot1 Plot2 Plot3
Off Off Off
Type: [ ] [ ] [ ]
Xlist:L1
Ylist:L2
Mark: [ ] [ ]
    
```



Operacja obliczania całki oznaczonej z aktualnie wykreślonej funkcji.

Kolejność czynności:

1. wywołanie operacji całkowania; [2nd][TRACE][7]
2. podanie dolnej granicy całkowania:
na wyświetlonym wykresie należy przesunąć kursor na początkowy punkt przedziału całkowania i zatwierdzić wybór klawiszem [ENTER].
3. podanie górnej granicy całkowania:
należy przesunąć kursor na końcowy punkt przedziału całkowania i zatwierdzić wybór – [ENTER].



Obszar pod krzywą zostaje zaciemniony i w dolnej linii ekranu podana zostaje wartość całki oznaczonej.

Powrót na ekran główny i zapamiętanie tej wartości np. w stałej I:
[ENTER][STO][ALPHA][x²]

Uwaga: Powtórzenie procedury obliczania całki (np. dla innych granic całkowania wymaga uprzedniego usunięcia poprzedniego rezultatu całkowania przez:

[2nd][PRGM][1][ENTER]



Uzyskana wartość całki oznaczonej pozwala na obliczenie (równanie 3) ładunku zgromadzonego na kondensatorze w zaznaczonym przedziale czasowym.

Uwaga:

Kompletną analizę danych eksperymentalnych zawiera specjalnie opracowany plik arkusza MS Excel:

Data sample/MSEExcel/rcanalysis.xls